

# CUADERNILLO DE VERANO

# MATEMÁTICAS – OPCIÓN A

# 4º ESO



**OBJETIVOS:**

- 1.- Reforzar contenidos de operatoria básica.
- 2.- Fomentar en el alumno el espíritu de superación frente a contenidos que necesita manejar adecuadamente para un buen desarrollo en la asignatura.

**INSTRUCCIONES PARA REALIZAR ESTOS EJERCICIOS.**

Para realizar estos ejercicios es necesario repasar la teoría vista durante el curso con vuestro profesor de Matemáticas y que tendréis en el cuaderno o bien en el libro. Repasad los ejercicios corregidos en clase y hacer todos los ejercicios una vez esté estudiada la teoría.

En el examen de Septiembre encontraréis ejercicios del mismo tipo de los que hemos hecho en clase, o como los que aparecen en este cuadernillo.

Fdo. Jefe de Departamento de Matemáticas.

**CUADERNILLO DE ACTIVIDADES DE RECUPERACIÓN**  
**MATEMÁTICAS 4º ESO OPCIÓN A**

**ÍNDICE**

TEMA 1: NÚMERO REAL.....	4
TEMA 2: POLINOMIOS .....	8
TEMA 3: ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS.....	12
TEMA 4: FUNCIONES.....	22
TEMA 5: GEOMETRÍA ANALÍTICA.....	32
TEMA 6: PROBABILIDAD.....	34

**TEMA 1: NÚMERO REAL.**

1.- Expresa en forma decimal las siguientes fracciones e indica qué tipo de decimal has obtenido (exacto, puro o mixto):

$$\frac{3}{4}, \frac{3}{7}, \frac{5}{14}, \frac{13}{25}, \frac{17}{15}, \frac{3}{22}$$

**Sol:** 0,75 exacto; 0,428571 puro; 0,3571428 mixto; 0,52 exacto; 1,13 mixto; 0,136 mixto.

2.- Pasa a fracción los siguientes números decimales, simplificando el resultado al máximo:

$$0.75, \quad 1.\overline{18}, \quad 0.12\overline{3}, \quad 2.25, \quad 1.2\overline{3}, \quad 2.\overline{3}$$

**Sol:**  $\frac{3}{4}; \frac{13}{11}; \frac{37}{300}; \frac{9}{4}; \frac{37}{30}; \frac{7}{3}$

3.- Calcula las siguientes potencias repasando antes sus propiedades:

$$9^2, \quad (-9)^2, \quad -9^2, \quad 2^{-1}, \quad 3^{-2}, \quad (1/3)^0, \quad (1/3)^3, \quad (3/2)^{-1}, \quad 1.241^0$$

**Sol:** 81; 81; -81; ½; 1/9; 1; 1/27; 2/3; 1

4.- Pasa a potencia única:

$$7^{-2} \cdot 7^3, \quad 9^0 \cdot 9^3, \quad 10^{-20} \cdot 10^{-4}, \quad 10^{20} \div 10^4, \quad 9^{-2} \div 9^{-5}, \quad 7^{-2} \div 7^3, \quad (2^{-1})^{-3}$$

**Sol:** 7; 9<sup>3</sup>; 10<sup>-24</sup>; 10<sup>16</sup>; 9<sup>3</sup>; 7<sup>-5</sup>; 2<sup>3</sup>

5.- Calcula: a)  $\frac{2^0 \cdot 2^{-1} \cdot (-2)^3}{2^{-2} \cdot (-2)^2 \cdot (-2)^{-2}}$  b)  $3^{-1} \cdot 3 - 3^0 + 1 - 25^1$

**Sol:** a) -16; b) -24

6.- Calcula, simplificando los resultados:

a)  $\left(3 - \frac{1}{5}\right) - \left(6 - \frac{3}{4}\right) + (-6 - 2)$  b)  $(-1 - 6) - \left(6 - \frac{1}{3}\right) + \left(1 - \frac{8}{5}\right)$

c)  $\frac{\left(2 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(6 + \frac{1}{2}\right)}{1 - \frac{1}{2}}$  d)  $\frac{3 - \frac{3}{4}}{\left(2 + \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right)}$

**Sol:** a) -209/20, b) -199/15, c) 65/3, d) 225/176

7.- Halla la fracción generatriz de los siguientes números:

a) 0'25      b) 2'7      c) 0'16      d) 12'3      e) 5'016

**Sol:** a) 1/4, b) 27/10, c) 16/99, d) 37/3, e) 2483/495

8.- Completa el siguiente cuadro:

Número	hasta las	Redondeo
5.47	décimas	
0.2435	milésimas	
3.48261	diezmilésimas	
1.3627895	millonésimas	

**Sol:** 5,5; 0,244; 3,4826; 1,362790

9.- Efectúa las siguientes operaciones:

$$a) \frac{2^5 \cdot 6^{-3} \cdot (-3)^8}{18^{-2} \cdot (-12)^3} \quad b) \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^{-2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{a}} \quad \text{Sol: a) } -\frac{3^6}{2^2}; \text{ b) } \sqrt[3]{\frac{1}{a}}$$

10.- Expresa como una desigualdad y como un intervalo la siguiente frase: "x es un número mayor o igual que -3 y menor que 5".

**Sol:** Como desigualdad:  $-3 \leq x < 5$ . Como intervalo:  $[-3, 5)$ .

11.- Simplifica los siguientes radicales:

$$a) \sqrt[3]{24}; b) \sqrt[6]{27}; c) \sqrt[3]{-108} \quad \text{Sol: a) } 2\sqrt[3]{3}; b) \sqrt{3}; c) -3\sqrt[3]{4}$$

12.- Racionaliza y simplifica el resultado:

$$a) \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{18}} \quad b) \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \quad \text{Sol: a) } \frac{\sqrt{6}}{3}; b) \frac{2-\sqrt{2}}{2}$$

13.- Aproxima el número 560.856 a centenas, y el número 0'08532... a centésimas y a décimas. Da una acotación del error absoluto en los tres casos.

**Sol:** 560.900 con un error  $< 50$ ; 0,09 con un error  $< 0,005$ ; 0,1 con un error  $< 0,05$ .

14.- Para fotocopiar y encuadernar unos apuntes se consulta en dos tiendas:

- La 1ª cobra 400 céntimos por la encuadernación y 8 por cada fotocopia.
- La 2ª pide 300 céntimos por la encuadernación y 9 por cada fotocopia.

¿Cuál de las dos tiendas es más barata?

**Sol:** Para más de 100 fotocopias es más barata la 1ª.

15.- Para alquilar un local para celebrar una fiesta se consultan dos agencias:

- La agencia *Pásalobien* cobra 50 euros fijos más 10 euros por persona asistente.
- La agencia *Vayamarcha* pide 20 euros más 15 por cada participante en la fiesta.

a) ¿Cuál de ellas tiene la oferta de alquiler más ventajosa?

b) Si han confirmado su asistencia a la fiesta 14 personas, ¿cuál elegirías?

**Sol:** a) Para más de 6 personas es mejor la 1ª. b) La 1ª.

16.- Calcula:

$$a) \sqrt[3]{343} \quad b) \sqrt[4]{-3^4} \quad c) \sqrt[5]{-3^5} \quad d) \sqrt[4]{81}$$

**Sol:** a) 7; b) No puede realizarse; c) -3; d) 3.

17.- Calcula:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } (-3)^2 & \text{c) } -(4)^{-2} & \text{e) } 49^{\frac{3}{2}} \\ \text{b) } (-5)^{-3} & \text{d) } 9^{-\frac{1}{2}} & \text{f) } 9^{-\frac{5}{2}} \end{array}$$

**Sol:** a) 9; b) -1/125; c) -1/16; d)  $\pm 1/3$ ; e) 343; f) 1/243

18.- Calcula las siguientes potencias:

$$\text{a) } (2\sqrt{6} - 3)^2 \qquad \text{b) } (5 + 3\sqrt{2})^2$$

**Sol:** a)  $33 - 12\sqrt{6}$ ; b)  $43 + 30\sqrt{2}$ 

19.- Efectúa las siguientes operaciones:

$$\text{a) } (\sqrt{2} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3} + 2\sqrt{2}) \qquad \text{b) } (3\sqrt{5} - \sqrt{2}) \cdot (5\sqrt{2} - 2\sqrt{5})$$

**Sol:** a)  $1 - \sqrt{6}$ ; b)  $-40 + 17\sqrt{10}$ .

20.- Efectúa las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 2\sqrt{50} - 3\sqrt{40} - 5\sqrt{90} - 4\sqrt{128} - \sqrt{160} & \text{Sol: } -22\sqrt{2} - 25\sqrt{10} \\ \text{b) } 3\sqrt{18} + 5\sqrt{27} - 9\sqrt{512} - 4\sqrt{243} + \sqrt{726} + \sqrt{432} - \sqrt{54} & \text{Sol: } -135\sqrt{2} - 9\sqrt{3} + 8\sqrt{6} \end{array}$$

21.- Efectúa las siguientes operaciones:

$$\text{a) } \sqrt{8} - 3\sqrt{50} + 5\sqrt{98} + \sqrt{200} \qquad \text{b) } \sqrt{27} + \sqrt{12} - 3\sqrt{75} - 4\sqrt{3}$$

**Sol:** a)  $32\sqrt{2}$ ; b)  $-14\sqrt{3}$ 

22.- Efectúa:

$$\frac{7}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} \qquad \text{Sol: } \frac{-5\sqrt{3} + 2\sqrt{7}}{2}$$

23.- Reduce a mínimo común índice:

$$\text{a) } \sqrt{2^3}, \sqrt[3]{3^2}, \sqrt[4]{5^3} \qquad \text{b) } \sqrt[3]{5^2}, \sqrt{7^3}, \sqrt[6]{5^5}$$

**Sol:** a)  $\sqrt[12]{2^{18}}, \sqrt[12]{3^8}, \sqrt[12]{5^9}$ ; b)  $\sqrt[6]{5^4}, \sqrt[6]{7^9}, \sqrt[6]{5^5}$ 

24.- Reduce a mínimo común índice:

$$\text{a) } \sqrt[7]{2^2 \cdot 3^4 \cdot 7^5}, \sqrt[4]{3^5 \cdot 2^7} \qquad \text{b) } \sqrt{5^3 \cdot 11^5}, \sqrt[6]{3^7 \cdot 10^3}$$

**Sol:** a)  $\sqrt[28]{2^8 \cdot 3^{16} \cdot 7^{20}}, \sqrt[28]{3^{35} \cdot 2^{49}}$ ; b)  $\sqrt[6]{5^9 \cdot 11^{15}}, \sqrt[6]{3^7 \cdot 10^3}$ 

$$\text{25.- Racionalizar: a) } \frac{1}{\sqrt{5}}; \text{ b) } \frac{6}{\sqrt{3}}; \text{ c) } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}; \text{ d) } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}; \text{ e) } \frac{1}{\sqrt[3]{5}}; \text{ f) } \frac{1}{\sqrt[5]{5^3}}$$

**Sol:** a)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ; b)  $2\sqrt{3}$ ; c)  $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ; d)  $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ; e)  $\frac{\sqrt[3]{5^2}}{5}$ ; f)  $\frac{6\sqrt{5^2}}{5}$ 

$$\text{26.- Racionalizar: a) } \frac{3}{\sqrt[5]{3^2}}; \text{ b) } \frac{2}{\sqrt[4]{2^3}}; \text{ c) } \frac{ab}{\sqrt[6]{a^2b^3}} \quad \text{Sol: a) } \sqrt[5]{3^3}; \text{ b) } \sqrt[4]{2}; \text{ c) } \sqrt[6]{a^4b^3}$$

$$\text{27.- Racionalizar: a) } \frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}; \text{ b) } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}; \text{ c) } \frac{1}{1 + \sqrt{2}}; \text{ d) } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 3}$$

**Sol:** a)  $-2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ ; b)  $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{2}$ ; c)  $\sqrt{2} - 1$ ; d)  $\frac{1 + \sqrt{3}}{-2}$

28.- Racionalizar: a)  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2\sqrt{3}}$ ; b)  $\frac{1}{\sqrt[5]{7}}$

**Sol:** a)  $\frac{5+2\sqrt{15}}{-7}$ ; b)  $\frac{\sqrt[5]{7^4}}{7}$

29.- Simplificar, expresando con una sola potencia:

$$\frac{3^{-2} \cdot \sqrt[4]{3^3}}{3^{-4/3}} : \frac{\sqrt{3^5} \sqrt{3^{-1}}}{3^{5/2}} \quad \text{Sol: } 3^{137/60}$$

30.- Realiza las siguientes operaciones con radicales:

a)  $7\sqrt{150} - 3\sqrt{18} + \sqrt{24} - 5\sqrt{8} - \sqrt{6}$       b)  $\sqrt{2450} + \sqrt{882} - \sqrt{4050} + \sqrt{200} - \sqrt{800}$

c)  $(\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[4]{125}) : \sqrt[3]{5}$       d)  $\frac{27^{-3} \cdot \sqrt[3]{9}}{81^{-1}}$

e)  $\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{250} + \sqrt[3]{16} + \sqrt[6]{256}$       f)  $\frac{3}{5}\sqrt{98} - \frac{2}{3}\sqrt{50} + \sqrt{72}$

**TEMA 2: POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS.**

1.- Dados  $Q(x) = 2x^2 - 6x + 7$  y  $R(x) = 3x^2 + 7x$ , calcula  $P(x)$  para que  $P(x) + Q(x) = R(x)$ .

**Sol:**  $P(x) = x^2 + 13x - 7$

2.- Realiza las siguientes operaciones:

a)  $(r^3 + 7r^2 + 6r + 4) - (r^3 + 3r^2 + 2r + 1)$

**Sol:**  $4r^2 + 4r + 3$

b)  $(3x^4 + 2x^3 + x - 8) - (x^4 - 3x^3 - 9)$

**Sol:**  $2x^4 + 5x^3 + x + 1$

c)  $(12u^5 - 21u^3 + 9u - 10) - (-28u^6 + 14u^5 - 21u^3 + u^2 - 2)$

**Sol:**  $28u^6 - 2u^5 - u^2 + 9u - 8$

3.- Calcula las siguientes restas:

a)  $(3a^2 + 4a - 4) - (12a^3 - 4a + 8)$

**Sol:**  $-12a^3 + 3a^2 + 8a - 12$

b)  $(2x^4 + 2x^3 - 7x^2 + 9) - (2x^4 - 2x^3 + x - 7)$

**Sol:**  $4x^3 - 7x^2 - x + 16$

4.- Dados  $P(x) = 16x^3 - 23x^2 + x - 19$ ,  $Q(x) = 23x^4 + 7x^2 - x + 6$ ,  $R(x) = -6x^4 + 3x^3 + x - 8$ .

Calcula:

a)  $R(x) - (Q(x) + P(x))$

**Sol:**  $-29x^4 - 13x^3 + 16x^2 + x + 5$

b)  $(R(x) - Q(x)) + P(x)$

**Sol:**  $-29x^4 + 19x^3 - 30x^2 + 3x - 33$

5.- Factoriza:

a)  $x^2 - 6x + 9$

**Sol:**  $(x - 3)^2$

e)  $x^2 - 4x + 4$

**Sol:**  $(x - 2)^2$

b)  $x^2 - 9$

**Sol:**  $(x - 3)(x + 3)$

c)  $x^2 - 64$

**Sol:**  $(x - 8)(x + 8)$

d)  $2x^2 - 2x$

**Sol:**  $2x(x - 1)$

6.- Efectúa las siguientes divisiones:

a)  $(x^6 - 3x^5 + 5x^4 + 6x^3 + 2x^2 - 4x + 2) : (x^3 - 2x + 3)$  **Sol:**  $C(x) = x^3 - 3x^2 + 7x - 3$ ,  $R = 25x^2 - 31x + 11$

b)  $(6x^6 - x^5 - 12x^4 + 8x^3 - x^2) : (x^4 - 2x^2 + x)$  **Sol:**  $C(x) = 6x^2 - x$ ,  $R = 0$

7.- Calcula por la regla de Ruffini, el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

a)  $(x^6 - 3x^5 + 9x^3 - x^2 + 1) : (x - 1)$

**Sol:**  $C(x) = x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 7x^2 + 6x + 6$ ,  $R = 7$

b)  $(2x^4 - 3x^3 + x^2 - 8x + 1) : (x - 3)$

**Sol:**  $C(x) = 2x^3 + 3x^2 + 10x + 22$ ,  $R = 67$

c)  $(2x^4 - 3x^3 + 6x + 2) : (x + 3)$

**Sol:**  $C(x) = 2x^3 - 9x^2 + 27x - 75$ ,  $R = 227$

8.- Calcula el valor numérico de los siguientes polinomios para  $x = 2$ :

a)  $P(x) = 3x^4 - 2x^3 + 9$  **Sol:**  $P(2) = 41$

b)  $Q(x) = 9x^3 - 5$

**Sol:**  $Q(2) = 67$

9.- Dado  $P(x) = x^3 - 4x^2 + 7$ , halla  $P(-2)$ .

**Sol:**  $P(-2) = -17$

10.- Calcula el resto, sin hacer ningún tipo de división, de las siguientes divisiones:

a)  $(x^{150} - x + 7) : (x - 1)$  **Sol:** 7

b)  $(x^{17} - x - 3) : (x + 1)$  **Sol:** -3

11.- Calcula  $m$ , si el resto de dividir el polinomio  $x^3 - x^2 + mx - 4$  por  $x - 3$  es  $-1$ . **Sol:**  $m = -5$ .

12.- Calcula  $a$  sabiendo que al dividir el polinomio  $(x^4 - ax)^2$  por  $x + 1$ , el resto es 0. **Sol:**  $a = -1$

13.- Factoriza los siguientes polinomios:

a)  $x^3 - 7x^2 + 12x$  **Sol:**  $x(x - 3)(x - 4)$

b)  $x^2 + 2x + 1$  **Sol:**  $(x + 1)^2$

c)  $x^2 + 1$  **Sol:** No se puede factorizar

d)  $x^2 - 16$  **Sol:**  $(x - 4)(x + 4)$

e)  $x^3 - 8x^2$  **Sol:**  $x^2(x - 8)$

f)  $x^2 - 4x - 12$  **Sol:**  $(x + 2)(x - 6)$

g)  $5x^2 - 7x - 6$  **Sol:**  $5(x - 2)(x + 3/5)$

h)  $3x^3 - 5x^2 + 2x$  **Sol:**  $3x(x - 1)(x - 2/3)$

i)  $2x^3 + x^2 - 8x - 4$  **Sol:**  $2(x - 2)(x + 2)(x + 1/2)$

j)  $2x^3 - 4x^2 - 10x + 12$  **Sol:**  $2(x - 1)(x + 2)(x - 3)$



14.- Calcula m.c.d. y m.c.m. de  $A(x) = x^4 - 81$  y  $B(x) = x^3 + 2x^2 - 9x - 18$ .

**Sol:** m.c.d. =  $(x - 3)(x + 3)$ , m.c.m. =  $(x - 3)(x + 3)(x^2 + 9)(x + 2)$

20.- Si  $p(x) = 2x^3 + 6x$ ;  $q(x) = x^2 - 2x + 3$ ; y  $r(x) = 2x^3 + x^2 - 1$ , calcula:

- $p(x) + q(x) - r(x)$
- $p(x) - (q(x) - r(x))$
- $-q(x) + r(x) - p(x)$

15.- Dados los polinomios  $p(x) = 3x^2 - x + 2$ ,  $q(x) = x^3 - 2$ ,  $r(x) = \frac{1}{2}x + 1$ , calcula:

- $p(x) - q(x)r(x)$
- $(p(x))^2 - q(x)$
- $(p(x) - q(x))(r(x) - p(x))$
- $(q(x))^2 r(x)$
- $(p(x) + q(x))^2$
- $q(x)(r(x))^2 + p(x)$

16.- Divide y comprueba el resultado:

- $6x^5 - x^4 - 8x^3 + 15x^2 - 8x$  por  $2x^2 - 3x + 2$
- $4x^3 + 2x^2 - 3x + 1$  por  $2x + 1$
- $x^7 - x^6 + x^2 + 3$  por  $x^4 - x^2$
- $2x^3 + 2x + 1$  por  $x^2 - x + 1$
- $x^{10} + x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1$  por  $x^2 - 1$
- $x^9 - x^8 + x^7 - x^6 + x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$  por  $x - 1$
- $x^{15} - 2x^6$  por  $x^3 + 1$

17.- ¿Es  $9x^2 - 25$  múltiplo del polinomio  $3x + 5$ ? Razónalo.

18.- ¿Es  $2x + 1$  un divisor de  $4x^2 - 1$ ? ¿Por qué?

19.- Efectúa las siguientes divisiones mediante la regla de Ruffini:

- $2x^3 - 5x^2 + 3$  entre  $x - 2$
- $x^4 - 3x^3 + 1$  entre  $x + 2$
- $x^4 + 1$  entre  $x + 1$
- $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$  entre  $x - 1$
- $2 - 3x^2 + 4x^4$  entre  $x - 3$

20.- Halla el valor de  $c$  para que el polinomio  $5x^2 - 7x + c$  sea divisible por  $x + 2$ .

21.- Comprueba sin dividir que:

- $x^8 - 1$  es divisible por  $x - 1$
- $x^3 - 8$  es divisible por  $x - 2$
- $x^3 + 27$  es divisible por  $x + 3$
- $x^2 + 4$  no es divisible por  $x + 2$
- $x^5 + 1$  no es divisible por  $x - 1$
- $x^2 - 36$  es divisible por  $x + 6$

22.- Halla el valor de:

- $m$  para que al dividir  $4x^3 - mx + 2$  entre  $x - 2$  se obtenga resto 4.
- $n$  para que el polinomio  $2x^3 + nx^2 - 7$  sea divisible por  $x + 1$ .
- $k$  para que el polinomio  $5x^3 - kx^2 + 3x - 2$  sea divisible por  $x + 2$ .

23.- ¿Verdadero o falso? Razona tu respuesta.

- |  |  |
|--|--|
| a) $x + 5$ es divisor de $x^2 - 25$ .                    | j) $x^6 - 2^6$ es divisible por $x - 2$ .  |
| b) $x^2 + 9$ es múltiplo de $x + 3$ .                    | k) $x^6 - 2^6$ es divisible por $x + 2$ .  |
| c) $x^2 - 4$ es múltiplo de $x - 2$ .                    | l) $x^8 - 5^8$ es divisible por $x + 5$ .  |
| d) $x^2 - 36$ es múltiplo de $x + 6$ .                   | ll) $x^8 - 5^8$ es divisible por $x - 5$ . |
| e) $x + 7$ es divisor de $x^2 + 49$ .                    | m) $x^4 + 3^4$ es divisible por $x + 3$ .  |
| f) $x + \frac{1}{2}$ es divisor de $x^2 - \frac{1}{4}$ . | n) $x^4 + 3^4$ es divisible por $x - 3$ .  |
| g) $x^3 - x^2 + x - 1$ es divisor de $x^4 - 1$ .         | ñ) $x^3 - 5^3$ es divisible por $x + 5$ .  |
| h) $x^2 - 3$ es divisor de $x^4 - 9$ .                   | o) $x^3 - 5^3$ es divisible por $x - 5$ .  |
| i) $x^4 - 1$ es múltiplo de $x^2 + 1$ .                  | p) $x^9 + 2^9$ es divisible por $x + 2$ .  |
|  | q) $x^7 + 2^7$ es divisible por $x - 2$ .  |

24.- En el polinomio  $p(x) = 3x^4 - mx^2 + 3x - 2$  se verifica que  $p(2) = 10$ . Calcula el valor de m.

25.- ¿Es divisible el polinomio  $x^{13} - 1$  por  $x - 1$ ? ¿Y por  $x + 1$ ?

26.- Factoriza los siguientes polinomios:

- |                     |                          |
|---------------------|--------------------------|
| a) $4x^2 - 36$      | c) $x^3 + 3x^2 - 4x$     |
| b) $x^2 - 10x + 25$ | d) $9x^4 + 12x^3 + 4x^2$ |

27.- De los siguientes polinomios, di cuáles son divisibles por  $x - 1$ :

- |                   |                     |               |
|-------------------|---------------------|---------------|
| a) $x^2 - 2x + 1$ | c) $(x - 1)(x + 5)$ | e) $5x^2 - 6$ |
| b) $x^2 - 1$      | d) $x^2 + 2x - 3$   | f) $8x^2 - 8$ |

28.- De los siguientes polinomios, di cuáles son divisibles por  $x + 2$ :

- |               |                   |                     |                    |
|---------------|-------------------|---------------------|--------------------|
| a) $x^3 - 10$ | b) $x^2 + 4x + 4$ | c) $(x - 2)(x + 5)$ | d) $x^2 - 3x - 10$ |
|---------------|-------------------|---------------------|--------------------|

29.- ¿Verdadero o falso? Justifica tu respuesta:

- |                                    |  |
|------------------------------------|--|
| a) $-3$ es una raíz de $x^2 - 9$ . | d) $-2$ es una raíz de $8 + x^3$ .                     |
| b) $-3$ es una raíz de $9 + x^2$ . | e) $\frac{1}{5}$ es una raíz de $x^2 - \frac{1}{25}$ . |
| c) $5$ es una raíz de $x - 5$ .    |  |

30.- Factoriza los siguientes polinomios y calcula sus raíces:

- |                                     |                                 |
|-------------------------------------|---------------------------------|
| a) $u(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$     | d) $t(x) = 3x^3 - x^2 - 7x + 5$ |
| b) $v(x) = -2x^3 + 2x^2 + 18x - 18$ | e) $r(x) = -x^3 + 25x$          |
| c) $s(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$    | f) $m(x) = x^3 - 8$             |

31.- ¿Cuáles de las siguientes factorizaciones son erróneas?

- |                                      |   |
|--------------------------------------|---|
| a) $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)(x - 5)$ | d) $x^2 - \frac{1}{4} = (x - \frac{1}{2})(x - \frac{1}{2})$                           |
| b) $4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3)$     | e) $x^2 + x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)$ |
| c) $x^2 - 14x + 49 = (x + 7)(x - 7)$ |   |

32.- Factoriza y calcula las raíces de:

- |                               |
|-------------------------------|
| a) $p(x) = x^4 - 25x^2$       |
| b) $q(x) = x^3 + 12x^2 + 36x$ |
| c) $r(x) = 49x^2 - 36$        |

$$d) s(x) = \frac{4}{49}x^2 - \frac{1}{81}$$

33.- ¿Verdadero o falso? ¿Por qué?

a)  $x - 3$  divide a  $x^3 - 3^3$

d)  $x^3 - 2^3$  es divisible por  $x + 2$

b)  $x^2 - 36$  es divisible por  $x - 6$

e)  $x^4 - 1^4$  es divisible por  $x - 1$

c)  $x^2 + 3^2$  es divisible por  $x + 3$

f)  $x^3 + 1^3$  es múltiplo de  $x + 1$

34.- Halla un divisor y un múltiplo comunes para cada par de polinomios:

a)  $\begin{cases} p(x) = x + 1 \\ q(x) = x^2 - 1 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} p(x) = x - 5 \\ q(x) = x^2 - 4x - 5 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} p(x) = x - 6 \\ q(x) = 2x^2 - 15x + 18 \end{cases}$

35.- Calcula el m.c.d. y m.c.m. de los polinomios:

a)  $p(x) = (x + 3)(x - 4)$  y  $q(x) = (x - 2)(x - 4)$

b)  $p(x) = (x - 3)^3$  y  $q(x) = x^2 - 9$

c)  $p(x) = (x + 1)(x^2 - 4)$  y  $q(x) = (x + 2)^2$

d)  $p(x) = x^3 - x^2 - 6x$  y  $q(x) = x^2 - 2x - 8$

36.- Halla el valor numérico del polinomio  $2x^4 + 5x^3 - 5x^2 - 5x + 3$  para  $x = 1$  y para  $x = -1$

**TEMA 3: ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS.**

1.- Dada la ecuación  $x^2 + bx - 24 = 0$ , hallar  $b$  sabiendo que una de las raíces es  $-3$ . **Sol:**  $b = -5$

2.- Sea  $x^2 - 23x + c = 0$ , halla  $c$  sabiendo que una de sus soluciones es  $15$ . **Sol:**  $c = 120$

5.- La suma de un número y su inverso es  $50/7$ . Hállalo. **Sol:**  $7$

6.- Resuelve:

a)  $\frac{x}{9} = \frac{2}{x-3}$  **Sol:**  $6; -3$

b)  $(x-2)(3x-1) = 0$  **Sol:**  $0; 1/3$

c)  $(3x+3)(3x-2) = 0$  **Sol:**  $-1; 2/3$

d)  $1 - \frac{x+1}{6} = \frac{x}{2} + \frac{x-1}{3}$  **Sol:**  $1$

f)  $\frac{8}{x} - 1 = \frac{4}{x}$  **Sol:**  $4$

g)  $\frac{x}{6} - \frac{2x-1}{6} - \frac{1}{3} \left( \frac{2}{5} - \frac{x}{3} \right) = 0$  **Sol:**  $3/5$

h)  $(x+2)(x-2) = 2(x+5) + 21$  **Sol:**  $7; -5$

i)  $x+1 = \frac{6}{x}$  **Sol:**  $2; 3$

j)  $\frac{9}{x} - \frac{x}{3} = 2$  **Sol:**  $3; -9$

k)  $(x^2-5)(x^2-3) = -1$  **Sol:**  $-2; 2$

l)  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$  **Sol:**  $-3; -2; 2; 3$

m)  $9x^4 + 5x^2 - 4 = 0$  **Sol:**  $-2/3; 2/3$

n)  $\sqrt{x^2-5} = 2$  **Sol:**  $3; -3$

ñ)  $3x - 3\sqrt{x+3} = x+3$  **Sol:**  $6$

o)  $\sqrt{x^2+9} + x^2 = 21$  **Sol:**  $4; -4$

q)  $\sqrt{x^2-5x+1} = 2x-1$  **Sol:**  $0; -1/3$

r)  $\frac{1-x}{3} + \frac{2x+1}{5} - \frac{x}{5} = \frac{29}{60}$  **Sol:**  $3/8$

s)  $\frac{2x+3}{6} - x - \frac{5-x}{9} = 2 - \frac{x}{3}$  **Sol:**  $-37/4$

u)  $8x^2 + 17x = 0$  **Sol:**  $0; -17/8$

x)  $3x^2 - 7 = 0$  **Sol:**  $\pm \frac{\sqrt{21}}{3}$

y)  $7x^2 - 5 = 0$  **Sol:**  $\pm \frac{\sqrt{35}}{7}$

z)  $(x+1) \cdot (x-1) = 8x - 13$  **Sol:**  $2; 6$

a')  $(2x+6) \cdot (2x-6) = 64$  **Sol:**  $5; -5$

b')  $-3x^2 - x + 2 = 0$  **Sol:**  $-1; 2/3$

c')  $(4x+9)^2 + 5x = 41x + 137$  **Sol:**  
 $\frac{-9 \pm \sqrt{305}}{8}$

d')  $(x+2)^2 - 7x = x+1$  **Sol:**  $1; 3$

e')  $(x-2)^2 - 3x = 4 - x^2 + x$  **Sol:**  $0; 4$

f')  $(x-1)^2 + 2x = 170$  **Sol:**  $13; -13$

g')  $(x+3)^2 + (x+5)^2 = 10$  **Sol:**  $-2; -6$

i')  $x^2 + 16 = 0$  **Sol:** No tiene

7.- Los reyes de una dinastía tuvieron 9 nombres diferentes. La tercera parte del número de reyes llevó el primero de estos nombres; la cuarta parte, el segundo; la octava parte, el tercero; la doceava, el cuarto, y cada uno de los nombres restantes lo llevó un solo rey. Halla el número de reyes de la dinastía. **Sol:** 24 reyes.

8.- Dos albañiles hacen un trabajo en 3 horas. Uno de ellos lo haría en sólo 4 horas. Calcula el tiempo que tardaría en hacerlo el otro solo. **Sol:** 12 horas.

9.- El dividendo de una división es 1.081. El cociente y el resto son iguales, y el divisor es doble del cociente. ¿Cuál es el divisor? **Sol:** 46 ó -47

10.- ¿Cuántos litros de leche con 35% de grasa han de mezclarse con leche de 4% de grasa para obtener 20 litros de leche con 25% de grasa? **Sol:** 13,55 de la 1ª y 6,45 de la 2ª.

11.- Resuelve las inecuaciones siguientes:

a)  $\frac{3}{2}x + 1 > 2x - \frac{4}{3}$  **Sol:**  $x \in \left(-\infty, \frac{14}{3}\right)$

i)  $x^2 + 2x - 8 \leq 0$  **Sol:**  $x \in [-4, 2]$

j)  $x^2 + 2x + 8 < 0$  **Sol:** No tiene

b)  $2(3+x) < \frac{8+x}{3}$  **Sol:**  $x \in (-\infty, -2)$

k)  $x^2 + 4x + 4 \geq 0$  **Sol:** Todo  $n^\circ$  real

c)  $(2x+2) - (4-x) \leq 3x-5$  **Sol:** No tiene

12.- Disponemos de dos tipos de vino: uno de ellos cuesta 1euro el litro y el otro 1'20 el litro. Nos solicitan 50 litros que debemos vender a 1'15 euros el litro. ¿Qué cantidad mezclaremos de cada uno de ellos? **Sol:** 12,5 litros del 1º y 37,5 litros del segundo.

13.- Hallar tres números pares naturales consecutivos sabiendo que su producto es cuatro veces su suma. **Sol:** 2, 4 y 6.

14.- Hallar la edad de tres hermanos sabiendo que el primero tiene tres años más que el segundo y éste nueve años más que el tercero. La suma de las edades de los tres es 39 años. **Sol:** 6, 15 y 18 años.

15.- Hallar tres  $n^{\text{os}}$  consecutivos sabiendo que la suma es igual al doble del mayor. **Sol:** 1, 2 y 3.

16.- En la clase de Matemáticas, con 35 estudiantes, han aprobado el mismo número de chicas que de chicos. El número de chicas aprobadas supone un 80% sobre las que hay en la clase. Para los chicos el porcentaje es del 60%. Hallar el número de chicas y chicos de la clase así como el número de aprobados de cada sexo. **Sol:** 20 chicos y 15 chicas.

17.- Hallar dos números naturales impares consecutivos sabiendo que la suma de sus cuadrados es 970. **Sol:** 21 y 23.

18.- La suma de las edades de los hermanos Juan y Pepe, y la de su madre es igual a 60 años. Sabiendo que la edad de Juan es triple que la de su hermano, y que la edad de la madre es doble que la suma de las edades de sus hijos, hallar la edad de cada uno de ellos. **Sol:** Pepe 5 años, Juan 15 y la madre 40.

19.- La edad de Ana es doble de la de María, y hace siete años la suma de las edades era igual a la edad actual de Ana. ¿Cuáles son las edades de Ana y de María, y cuándo Ana ha tenido el triple de años que María? **Sol:** Ana 28 años y María 14. Hace 7 años.

20.- La quinta parte de una huerta está plantada de cebollas, las dos terceras partes de tomates y el resto de lechugas. Sabiendo que las cebollas ocupan 200 metros cuadrados más que la parte que ocupan las lechugas, hallar la superficie de la huerta. **Sol:** 3.000  $\text{m}^2$ .

21.- La madre de Luis va al mercado. En el puesto de pescado se gasta la mitad del dinero que lleva, en el puesto de la carne se gasta un tercio del dinero que le queda, y finalmente, en el puesto de la fruta se gasta los tres cuartos del dinero que le queda, saliendo del mercado con 5'3 euros. ¿Cuánto dinero tenía cuando entró en el mercado? **Sol:** 63'6 euros.

22.- En un hotel consumen el vino de un tonel del siguiente modo: El domingo consumen la cuarta parte del tonel; el lunes los dos séptimos del resto; el martes los tres décimos de lo que queda; el miércoles un tercio de lo que queda; y, finalmente, el jueves terminan los 140 litros que sobran. ¿Qué capacidad tenía el tonel? **Sol:** 560 litros.

23.- Una fuente llena un depósito en 6 horas, y junto con otra lo llena en 4 horas. Hallar el tiempo que tarda la segunda fuente sola en llenar el depósito. **Sol:** 12 horas.

24.- Halla dos números cuya suma sea 32 y su producto 255. **Sol:** 15 y 17

25.- Resuelve:

$$a) \begin{cases} 10x - 30y = 7 \\ 8x - 33y + 2 = -22x + 57y - 1 \end{cases} \quad \text{Sol: S. I.}$$

$$c) \begin{cases} x + \frac{3}{4}y = 15 \\ 9x - 2y = 30 \end{cases} \quad \text{Sol: } x = 6, y = 12$$

$$b) \begin{cases} \frac{x}{2} - y = 3 \\ 2x - 4y = 12 \end{cases} \quad \text{Sol: S. C. D.}$$

$$d) \begin{cases} 3x + y = 17 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases} \quad \text{Sol: } x = 41/9; y = 10/3$$

26.- Resuelve las siguientes inecuaciones, expresando las soluciones en forma de intervalo y representándolas sobre la recta:

$$a) 4 - 5 \cdot (3 - 2x) + 7 \cdot (x + 4) \leq 0$$

$$d) 3 - 7 \cdot (2x - 9) \geq 2x + 9$$

$$b) 5 - \frac{3 - 6x}{4} + x > 1$$

$$e) 1 + \frac{3x - 9}{5} - x - \frac{8 - 5x}{10} < 3 + x$$

$$c) \frac{2}{3} - \frac{x}{6} + 2x - 3 < 3 + \frac{x}{4} - \frac{5}{3}$$

$$f) \frac{1}{2} - \frac{x}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5x}{6} - \frac{7}{8} < 0$$

$$\text{Sol: a) } (-\infty, -1]; \text{ b) } \left( \frac{-13}{10}, +\infty \right); \text{ c) } \left( -\infty, \frac{44}{19} \right); \text{ d) } \left( -\infty, \frac{57}{16} \right]; \text{ e) } \left( \frac{-46}{11}, +\infty \right); \text{ f) } \left( -\infty, \frac{1}{4} \right)$$

27.- Representa en el plano la región factible de los siguientes sistemas de inecuaciones lineales:

$$a) \begin{cases} 3x - 2y + 1 > 0 \\ 4x + 2y - 3 < 0 \end{cases} \quad b) \begin{cases} \frac{2x - 3y}{4} - \frac{y - x}{3} \leq \frac{1}{6} \\ 3 \cdot (x - 2) + 5 \cdot (y + 1) \geq -1 \end{cases} \quad c) \begin{cases} \frac{4x}{3} + \frac{5y + 8}{2} < 0 \\ \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y + 1 \geq 0 \end{cases}$$

28.- Resuelve las siguientes ecuaciones lineales:

$$a) 5 - \frac{5 - 3x}{4} - \frac{5}{3} = \frac{2x - 7}{6} - \frac{3x + 8}{10} + x \quad b) \frac{x - 9}{x + 5} = \frac{x - 5}{x + 4} \quad c) \frac{3x + 5}{6x + 7} = \frac{2x - 9}{4x - 1}$$

$$d) 5 + \frac{7}{2}x + \frac{5}{6} + x = -\frac{3}{5} - x \quad e) \frac{4 + 7x}{21} + \frac{6x - 9}{14} - \frac{7 - 2x}{6} = 0 \quad f) \frac{5 - 7x}{11 - 21x} = \frac{2x + 7}{9 + 6x}$$

$$g) 7 + \frac{5x}{3} - \frac{1}{2}x - \frac{7}{12} = 12 - \frac{4 - 3x}{8} \quad h) \frac{7x + 18}{20} - \frac{-3 - 4x}{15} - \frac{2 - 5x}{6} - \frac{3 + 2x}{10} = 0$$

$$\text{Sol: a) } x = \frac{243}{17}; \text{ b) } x = -\frac{11}{5}; \text{ c) } x = -\frac{58}{57}; \text{ d) } x = \frac{-193}{165}; \text{ e) } x = \frac{34}{23}; \text{ f) } x = \frac{8}{23};$$

$$g) x = \frac{122}{19}; \text{ h) } x = -\frac{28}{75}$$

29.- La suma de tres números enteros consecutivos es 54. Hállalos. **Sol:** 17, 18 y 19.

30.- Tres amigos juegan un décimo de lotería que resulta premiado con un 6.000 €. Calcula cuánto debe corresponderle a cada uno sabiendo que el primero juega el doble que el segundo, y éste el triple que el tercero. **Sol:** 600 €, 1800 € y 3600 €.

31.- A un chico le preguntan la edad de su padre y contesta: "Si al doble de mi edad se le suman 6 años más que la edad de mi padre, y a la mitad de esa suma se le quitan 18, resulta la edad de mi padre". El chico tiene ahora 15 años. ¿Cuántos tiene el padre? **Sol:** Sin solución.

32.- El perímetro de un rectángulo es 48 cm. Halla la longitud de sus lados sabiendo que el largo es doble que el ancho. **Sol:** 8 cm y 16 cm

33.- Un hotel tiene habitaciones dobles y sencillas, siendo un total de 50 habitaciones y de 87 camas. ¿Cuántas habitaciones tiene de cada tipo. **Sol:** 13 sencillas y 37 dobles.

34.- En una reunión de chicos y chicas el número de éstas excede en 25 al de aquellos. Salen de la reunión 10 chicas y 10 chicos, quedando entonces doble número de chicas que de chicos. ¿Cuántos chicos y chicas había en la reunión? **Sol:** 35 chicos y 60 chicas.

36.- Clasifica las siguientes identidades en identidades y ecuaciones:

a)  $(x+1)^2 - x^2 = 2x + 1$

e)  $(x+3)(x-1) + 4 = (x+1)^2$

b)  $(x+1)^2 - x^2 = 3x + 2$

f)  $\frac{2x-1}{3} + 2 - \frac{x}{3} = 1 + \frac{2}{3} + \frac{x}{3}$

c)  $3^2 - (x+y)^2 = (3+x+y)(3-x-y)$

d)  $\frac{x}{2} + 5 = 2x + 11$

37.- Entre las siguientes ecuaciones, di cuáles no tienen solución y cuáles tienen infinitas soluciones:

a)  $5x - (x+3) = 5 - (1-4x)$

d)  $-5(2x+3) = -4x - (4+6x)$

b)  $5 + 2(x-1) = 4x - (2x-3)$

e)  $-x + 5(x-1) = 2(2x-3) + 1$

c)  $8 + (2-3x) = 9 - (3x-1)$

38.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a)  $\begin{cases} 3x - 5y = 40 \\ 2x + 6y = 0 \end{cases}$

j)  $\begin{cases} y = x + 5 \\ y = 2x \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 4x - y = 9 \\ -3x + y = -7 \end{cases}$

k)  $\begin{cases} 4x + y = 2 \\ 3x - \frac{y}{2} = 3 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x + y = 23 \\ x - y = 11 \end{cases}$

l)  $\begin{cases} 2x + y - 2 = 0 \\ 3x - 2(y+5) = 0 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} 3(x-2) - 5y = 4 \\ 2x - 3(y-1) = 2x \end{cases}$

ll)  $\begin{cases} -x + 4y = 3 \\ 3x - 12y = 0 \end{cases}$

e)  $\begin{cases} x - 3y = 11 \\ -2x + 6y = 5 \end{cases}$

m)  $\begin{cases} x + y = 5 \\ -2x - 2y = 4 \end{cases}$

f)  $\begin{cases} x - 12y = 4 \\ -3x + 41y = -7 \end{cases}$

n)  $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4 \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{2} = -2 \end{cases}$

g)  $\begin{cases} 2x + 5y = 0 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$

ñ)  $\begin{cases} \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{6} \\ 2x + y = \frac{13}{2} \end{cases}$

h)  $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 4 \end{cases}$

i)  $\begin{cases} x - y = 11 \\ \frac{x}{2} = 3 \end{cases}$

$$p) \begin{cases} \frac{2y+2}{8} - \frac{x+4}{2} = y - \frac{x}{4} \\ \frac{x-4}{6} - \frac{2y-2}{12} = -1 + \frac{x}{3} \end{cases}$$

40.- Clasifica los siguientes sistemas en incompatibles (sin solución) y en compatibles indeterminados (infinitas soluciones):

$$a) \begin{cases} x + 3y - 8 = 0 \\ 2x - y + 6 = 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + y = 5 \\ -2x - 2y = 4 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 2x - 3y = -2 \\ 6y - 4x = 4 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} -x + 4y = 3 \\ 3x - 12y = 0 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x - 20y + 1 = 0 \\ -3x + 60y - 3 = 0 \end{cases}$$

43.- Pedro tiene 86 céntimos en monedas de 2 y de 5 céntimos. Si en total tiene 28 monedas, ¿cuántas son de 5 y cuántas de 2 céntimos?

44.- Por el desierto va una caravana formada por camellos y dromedarios. En total se cuentan 440 patas y 160 jorobas (ningún mercader es jorobado). ¿Cuántos camellos y cuántos dromedarios había en la caravana?

45.- En un bar:

Cuenta de la mesa 3: 2 cafés y 4 refrescos importan 6,50 €.

Cuenta de la mesa 5: 3 cafés y 2 refrescos importan 5,15 €.

¿Cuánto vale 1 café y 1 refresco en ese bar?

46.- Un comerciante está preparando sus rebajas. Si descuenta un 30 % sobre el precio de venta de una marca de camisa, aún gana 3 € sobre el precio de coste. Si rebaja un poco más, y descuenta el 40 % entonces pierde 2 € en cada camisa de esa marca. ¿Cuál era el precio de coste y el de venta de ese tipo de camisa?

47.- Observa detenidamente la relación entre los coeficientes de cada uno de los siguientes sistemas e intenta determinar cómo es cada uno y resuelve los que sean compatibles determinados:

$$a) \begin{cases} -3x + y = 6 \\ x - 5y = -2 \end{cases} \quad \text{Sol: Compatible determinado } (-2, 0)$$

$$b) \begin{cases} -x + 5y = -3 \\ 2x - 10y = 7 \end{cases} \quad \text{Sol: Incompatible, no tiene solución}$$

$$c) \begin{cases} 3x - 4y = 12 \\ -6x + 8y = -24 \end{cases} \quad \text{Sol: Compatible indeterminado, infinitas soluciones.}$$

48.- En una caseta de tiro de una feria el tirador recibe 2 puntos por cada blanco y abona 1' 5 puntos por cada error. Un tirador hace 25 disparos y debe al dueño de la caseta 9' 5 puntos. ¿Cuántas veces acertó y cuántas erró? **Sol:** Acertó 8 y erró 17.

49.- Resuelve:

$$a) \begin{cases} x + y = 10 \\ 6x - 7y = 34 \end{cases} \quad \text{Sol: } x = 8; y = 2$$

$$b) \begin{cases} 3x + y = 17 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases} \quad \text{Sol: } x = 41/9; y = 10/3$$



$$c) \begin{cases} 2x + 3y = -15 \\ 3x + 5y = -26 \end{cases} \quad \text{Sol: } x = 3; y = -7$$

$$d) \begin{cases} 10x - 30y = 7 \\ 8x - 33y + 2 = -22x + 57y - 1 \end{cases} \quad \text{Sol: Sistema incompatible.}$$

50.- Calcular dos  $n^{\text{os}}$  sabiendo que su diferencia es 14 y su media aritmética 17. **Sol:** 24 y 10

51.- Halla dos números tales que uno de ellos es igual al triple del otro más uno y que su suma es igual al doble de su diferencia menos uno. **Sol:** Indeterminado.

52.- Resuelve cuando sea posible comprobando las soluciones obtenidas:

$$a) 2x^2 - 6 = 0$$

$$b) x^2 + 16 = 0$$

$$c) 1 - 8x^2 = 0$$

$$d) (x - 5)(x + 5) = 0$$

$$e) \frac{1}{5}x^2 - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

$$f) \frac{x^2 - 1}{3} = 5$$

$$g) (x - 2)^2 = 9$$

$$h) (x - 4)^2 = -9$$

$$i) (x + 3)^2 = 0$$

$$j) \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$k) 3x^2 - x = 0$$

$$l) 5x^2 + 125x = 0$$

$$ll) \frac{x^2}{3} = -\frac{x}{5}$$

$$m) \frac{x^3}{2} = x$$

$$n) \frac{x(x+1)}{5} = 2x^2 - 4x$$

$$\tilde{n}) x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$o) 4x^2 - 20x + 25 = 0$$

$$p) x^2 + 2x + 5 = 0$$

$$q) x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$r) 3x^2 - 6x - 12 = 0$$

$$s) 4x^2 + 8x - 12 = 0$$

$$t) x^2 - 2,4x + 0,8 = 0$$

$$u) \frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 = 0$$

55.- Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales, descartando las soluciones ficticias cuando existan:

$$a) \sqrt{x^2 + x - 2} = 2x + 4$$

$$b) \sqrt{x^2 + x - 2} = -2x - 4$$

56.- Resuelve:

$$a) x^4 - 10x^2 + 25 = 0$$

$$b) 2x^4 - 8x^2 + 6 = 0$$

$$c) x^4 + x^2 + 3 = 0$$

$$d) 8x^2 - 10x - 7 = 0$$

$$e) 2835x^2 + 4725x + 1890 = 0$$

$$f) t^4 - 4t^2 + 1 = 0$$

$$g) \frac{2}{5}x^2 + 2x + \frac{5}{2} = 0$$

57.- Resuelve:

a)  $x^2 = (2x + 1)(x - 1) - 5$

b)  $(2x - 3)^2 = x(1 - 3)$

c)  $(x - 2)(x + 3) = (x + 4) + (x + 5)$

d)  $\frac{2x}{x + 2} = x - 1$

e)  $(x^2 - 3x + 2)(x^2 - 3) = 0$

f)  $\frac{2(x + 1)}{6} = \frac{x(2 - x)}{3}$

60.- Resuelve las ecuaciones bicuadradas:

a)  $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

b)  $x^2(4x^2 - 3) = 6x^2 - 2$

c)  $(x - 3)(x + 3) = (2 - x^2)^2$

64.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $2x^2 - 3x = 0$

b)  $(3x + 2)^2 - (x - 2)^2 = 0$

c)  $(2x - 3)^2 - (3x - 2)^2 = 0$

d)  $\frac{5 - x}{5} = \frac{-5}{x - 5}$

e)  $\frac{2x}{27} = \frac{3}{2x}$

f)  $\frac{2x + 5}{x - 7} = \frac{x + 2}{x - 5}$

g)  $(2x - 1) \cdot (x + 4) - (2x - 3)^2 = x^2 + 19x - 13$

65.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $5x^2 + 6x - 8 = 0$

n)  $(x + 2) \cdot (x + 3) = 6$

b)  $x^2 - 3x + 2 = 0$

ñ)  $\frac{x - 2}{5} = \frac{2}{x + 1}$

c)  $3x^2 - 5x + 2 = 0$

o)  $\frac{3x}{2} - \frac{x^2 + 4}{4} = 1$

d)  $5x^2 + 2x - 1 = 0$

p)  $\frac{x^2}{6} + \frac{x}{3} + \frac{2}{3} - 1 = \frac{x^2}{4}$

e)  $x = \frac{2}{x - 1}$

q)  $\frac{x^2 + 2}{5} - \frac{x^2 + x}{2} = \frac{3x + 1}{10}$

f)  $x^2 + x + 1 = 0$

r)  $(x + 2) \cdot (x - 2) = 2 \cdot (x + 5) + 21$

h)  $25x \cdot (x + 1) = -4$

s)  $\frac{x + 1}{2} - \frac{x^2}{4} = \frac{3}{8}$

i)  $(x - 3) \cdot (x + 1) = 21$

j)  $(2x - 3)^2 = 8x$

k)  $x + 1 = \frac{6}{x}$

l)  $x^2 + 6x + 9 = 0$

m)  $\frac{x}{9} = \frac{2}{x - 3}$

t)  $2x \cdot (3x - 4) - (1 - 3x) \cdot (1 + x) = -2$

71.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $(x+2)(x-2) = 2(x+5) + 21$  **Sol:** 7; -5

b)  $x+1 = \frac{6}{x}$  **Sol:** 2; 3

d)  $(x^2-5)(x^2-3) = -1$  **Sol:** -2; 2

e)  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$  **Sol:** -3; -2; 2; 3

f)  $9x^4 + 5x^2 - 4 = 0$  **Sol:** -2/3; 2/3

g)  $\sqrt{x^2-5} = 2$  **Sol:** 3; -3

h)  $3x - 3\sqrt{x+3} = x+3$  **Sol:** 6

i)  $\sqrt{x^2+9} + x^2 = 21$  **Sol:** 4; -4

j)  $\sqrt{x^2-5x+1} = 2x-1$  **Sol:** 0; -1/3

73.- Carmen pregunta a Maribel sobre las calificaciones que ha obtenido en matemáticas y en física. Maribel contesta: "la suma de las dos calificaciones es 16 y el producto es 63". Carmen hace los cálculos y le da la enhorabuena. ¿Qué calificaciones ha obtenido Maribel?

74.- En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 17 cm y sus dos catetos suman 23 cm. Halla la longitud de estos.

82.- Resuelve las siguientes inecuaciones dando la solución de manera gráfica y en forma de intervalo:

a)  $x \leq 2$

b)  $x > 3$

c)  $x \leq -5$

d)  $x > -3$

e)  $x - 4 > 0$

f)  $x + 8 < 0$

g)  $x - 3 > 5$

h)  $x + 2 \geq 8$

i)  $3 - x > 2$

j)  $5 \leq x - 3$

k)  $2x \leq -6$

l)  $2x + 3 \leq 5$

m)  $-2x + 3 \geq -5$

n)  $\frac{3}{2}x < \frac{5}{4}$

ñ)  $-\frac{1}{2}x \geq -5$

o)  $\frac{3}{5}x < -\frac{2}{4}$

a)  $4x - 9 > 2x + 1$

b)  $12x + 28 - 3x \leq 5(x - 3) + 45$

c)  $\frac{x}{3} + 5 < \frac{x}{2} + 3$

d)  $\frac{4x-9}{3} - x + 1 \geq \frac{3x-9}{5}$

e)  $x \geq 5/2$

f)  $x \leq -3/2$

g)  $x \leq 3,4$

h)  $\frac{x}{3} \leq -1$

i)  $-2x + 1 \leq 3$

j)  $5x \leq -20$

k)  $-6 \leq 3x$

l)  $-x \leq -5$

m)  $2x + 3 < 9$

n)  $-2x + 3 \geq -9$

c')  $-\frac{x}{3} \leq 4$

d')  $5x - \frac{3}{4} \geq \frac{2}{5}$

e')  $\frac{3}{2}x - \frac{2}{3} \geq \frac{x}{5} - \frac{6}{15}$

f')  $\frac{x}{2} + 3 < \frac{x}{3} - 1$

g')  $\frac{2-x}{3} \geq x - 1$

h')  $\frac{3x-1}{2} \leq x + \frac{1}{3}$

i')  $\frac{4x+1}{8} \geq \frac{2x-1}{3}$

j')  $\frac{x+7}{10} - \frac{x-5}{5} > \frac{x-9}{3}$

83.-Resuelve los sistemas:

a)  $\begin{cases} x < 3 \\ 3x < -3 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 2x \geq 1 \\ -5 \leq -x \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x + 5 > 4x - 4 \\ 2x - 7 < 3x - 3 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} 3x - 7 < x + 1 \\ 2x - 2 > x + 8 \end{cases}$

e)  $\begin{cases} 2x + 4 > 4x - 1 \\ x + 4 \geq 3x - 4 \end{cases}$

f)  $-5 < 2x - 1 < 9$

g)  $3 \leq |x| \leq 5$

h)  $-1,5 \leq x \leq 2$

i)  $\begin{cases} 7x - 15 \geq 4x + 13 \\ 20 - 5x \leq 12 + 3x \end{cases}$

j)  $-3 < 8x + 5 < 4$

k)  $-4 < 8 - 3x \leq \frac{2}{5}$

l)  $\begin{cases} x \geq 1 \\ x < 3 \end{cases}$

m)  $\begin{cases} x \geq 2 \\ x < -8 \end{cases}$

n)  $-5 < x - 3 < 1$

o)  $-1 \leq 2x - 3 \leq 3$

p)  $|x| \leq 2$

q)  $\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}$

84.- Un satélite se encuentra entre 50 y 200 km sobre la superficie de la Tierra. Si llamamos  $h$  a la altura del satélite, escribe dos inecuaciones que debe verificar  $h$ . ¿A qué intervalo pertenece  $h$ ?

85.- ¿Verdadero o falso? Razona tu respuesta:

a) Si  $x - 2$  es positivo, entonces  $x < 2$ .

b) Si  $5x \leq 5y$ , se puede deducir que  $x \leq y$ .

c) De  $-2x > -2y$  se puede deducir que  $x > y$ .

d) Un número negativo es siempre más pequeño que su opuesto.

e) Si  $0 < a < 3$  entonces  $\frac{1}{a} < \frac{1}{3}$ .

f) Si  $x > 1$  entonces  $x^2 > x$ .

g) Si  $x \in \mathbb{N}$  se cumple siempre que  $x < x^2$ .

h) Si  $x < 100$  e  $y < 1$  se tiene que  $\frac{x}{10} + 10y < 20$ .

86.- Comprueba si los números -3; 0; 3 son soluciones de las inecuaciones:

a)  $x < 2$

b)  $\frac{3x-1}{2} \leq x + \frac{1}{3}$

c)  $\frac{2-x}{x} \geq x-1$

87.- Cuáles son los números  $x$  tales que al restar su quintuplo y su triplo, nos da un resultado superior a 20.

88.- Para preparar un viaje de un día se contacta con dos agencias:

Agencia Norte: cobra 120 € más 0,40 € por km.

Agencia Sur: cobra 160 € más 0,30 € por km.

a) ¿Para qué número de kilómetros ambas agencias cobrarían lo mismo?

b) ¿Para cuántos km sería más económica la Agencia Norte?

c) En un viaje de 520 km, ¿cuál elegirías? ¿Y para 380 km?

89.- Para comprar un regalo, Emilia ha ido reuniendo monedas de 1 y 2 euros, juntando en total 20 monedas. Si el precio del regalo es mayor que 32 €, y menor que 36 €, ¿qué número de monedas podía tener de 2 €?

90.- Resuelve las inecuaciones siguientes:

a)  $\frac{3}{2}x + 1 > 2x - \frac{4}{3}$  Sol:  $x < \frac{14}{3}$

d)  $2x - (x-1) + 3 < 3x - 6$  Sol:  $x > 5$

e)  $\frac{x}{2} + \frac{x-2}{6} \geq \frac{x-5}{3}$  Sol:  $x \geq -4$

b)  $2(3+x) < \frac{8+x}{3}$  Sol:  $x < -2$

f)  $y \geq 2x + 3$

g)  $y \leq x + 1$

c)  $(2x+2) - (4-x) \leq 3x-5$  Sol: No tiene sol

h)  $y > -x + 2$

91.-Cuál es el conjunto de puntos que verifican las siguientes condiciones:

a) Los números,  $y$ , menores o iguales que la mitad de otro,  $x$ .

b) Los números,  $y$ , mayores que la cuarta parte de otro número,  $x$ , menos 3.

92.- Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones, y expresa numéricamente alguna de sus soluciones:

a)  $\begin{cases} y > x + 2 \\ y \leq 4 - x \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 5 + 4x - 3y \leq 2 - 5x \\ 2y < 10 - 2x \end{cases}$

93.- Al llevar a tu sobrino a una pequeña feria de pueblo, te encuentras con que montar 5 minutos en el tren fantasma cuesta 5 euros, y 10 minutos en el tiiovivo 6 euros. Si dispones como máximo de una hora y de 40 euros, ¿cuántas veces subirás a tu sobrino al tren fantasma y cuántas al tiiovivo?

94.- Para fotocopiar y encuadernar los apuntes del curso pasado de mi compañera Carmen, he consultado dos tiendas diferentes:

- La primera cobra 4 euros por la encuadernación y 8 céntimos por cada fotocopia.
- La segunda pide 3 euros por la encuadernación y 9 céntimos por cada fotocopia.

a) ¿Cuál de las dos tiendas es más barata?

b) Si te interesa fotocopiar y encuadernar, por separado, los apuntes de Carmen de tres asignaturas diferentes de 105, 140 y 175 páginas, ¿a qué tienda los llevarías?

95.- Paseando por su barrio, Pedro descubre una oferta en la papelería de la esquina: cuadernos a 1 euro y bolígrafos a 0'50. Si sólo lleva 4'50 euros en el bolsillo, ¿cuántos cuadernos y bolígrafos puede comprar?

96.- Resuelve:

a)  $3 - 4x \geq -5$

b)  $\begin{cases} 3x - 2 > 1 \\ x - 1 \leq 5 \end{cases}$

c)  $\frac{3x-2}{4} - \frac{2x+1}{3} > \frac{5(x+1)}{2}$

d)  $\frac{3-2x}{4} \leq 5-x$

e)  $\frac{4x-5}{2} - x + 1 < 5(x+1)$

f)  $-x + 2 \geq 3 + 2x$

g)  $\begin{cases} 5x + 1 \leq 11 \\ x - 2 > 3 \end{cases}$

h)  $\begin{cases} \frac{x+1}{2} < 4 \\ 2-x \leq 3 \end{cases}$

i)  $\begin{cases} 3(2x+1) \leq 5(x+1) \\ 5x-3 > 12 \end{cases}$

j)  $\begin{cases} \frac{x}{3} + 1 \geq 2 \\ x \leq 0 \end{cases}$

k)  $x^2 - x - 2 \geq 0$

l)  $\frac{x+2}{x-3} < 0$

ll)  $x^2 - 2x - 8 < 0$

m)  $x^2 - 1 \geq 0$

n)  $x^2 - 1 \leq 0$

ñ)  $x^2 < 4$

o)  $6x^2 + 7x - 3 < 0$

p)  $x^2 + 1 \leq 0$

q)  $(x+2)(x-1) \geq 0$

r)  $(2x+1)(3x-2) < 0$

s)  $\frac{x+4}{2x-4} > 0$

t)  $\frac{2x-6}{x+3} \leq 0$

u)  $x + y \geq 4$

v)  $x \leq 1$

w)  $y > 1$

x)  $2x + y \geq 1$

y)  $x \geq y$

z)  $x \leq 3$

α)  $y \geq 0$

β)  $\begin{cases} x + y \geq 4 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \end{cases}$

γ)  $\begin{cases} x + y \geq 4 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \leq 6 \end{cases}$

δ)  $\begin{cases} x + y \geq 4 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \leq -2 \end{cases}$

ε)  $\begin{cases} 2x + y \geq 2 \\ x - y \leq 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$

ζ)  $\begin{cases} y \geq 2x - 1 \\ x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 3 \end{cases}$

η)  $\begin{cases} 2x + 3y \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$

θ)  $\begin{cases} -x + y \leq 3 \\ x + y \geq 0 \\ x \leq 4 \end{cases}$

ι)  $\begin{cases} x - 2y \geq 1 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$

κ)  $\begin{cases} x - 2y \geq 1 \\ 0 \leq x \leq 3 \\ y < -2 \end{cases}$

**TEMA 4: FUNCIONES.**

1.- Asocia cada gráfica con su función:

$$f(x) = 3x^2 + 4x - 3$$

$$f(x) = -2x^2 - 5x - 4$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$f(x) = 3x^2 + 4x - 3$$

$$f(x) = 2x^2 + 2x + 2$$

$$f(x) = -2x^2 + 3x - 1$$

$$f(x) = -2x + 3$$

$$f(x) = 4x + 8$$

$$f(x) = -\frac{3}{2}x - 2$$

$$f(x) = \frac{1}{5}x - \frac{4}{7}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x$$

$$f(x) = 3x$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{2}{x+1} - 3$$

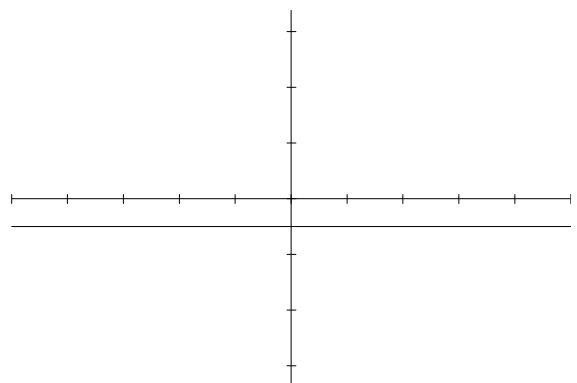
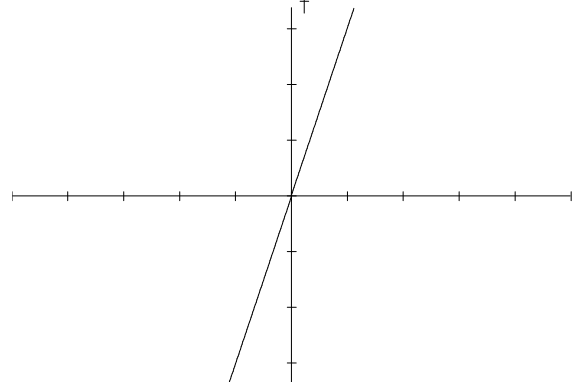
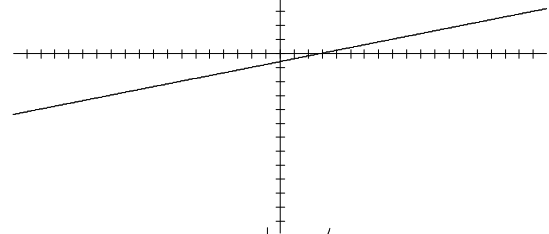
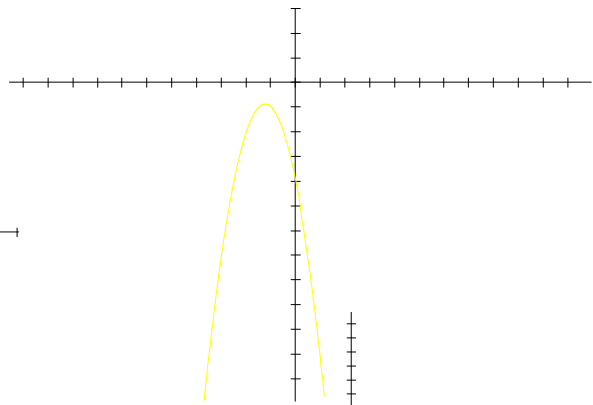
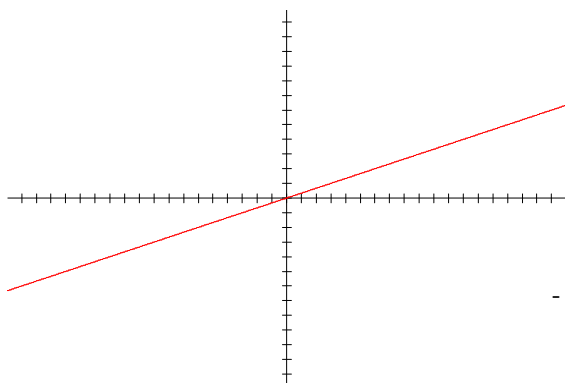
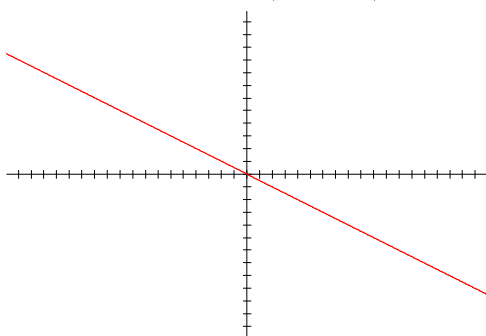
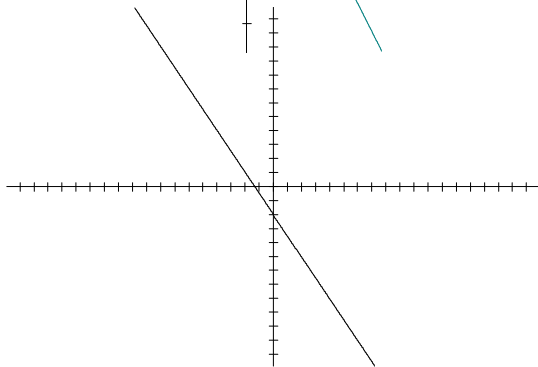
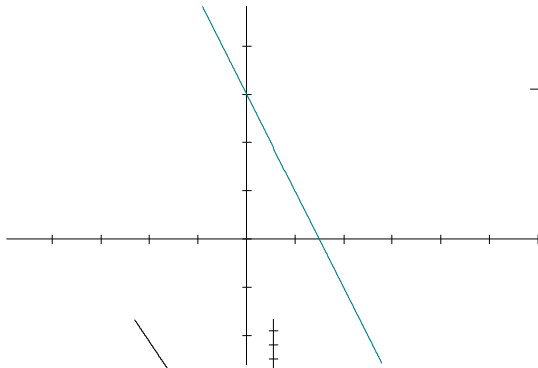
$$f(x) = \frac{-1}{2x+8} - 2$$

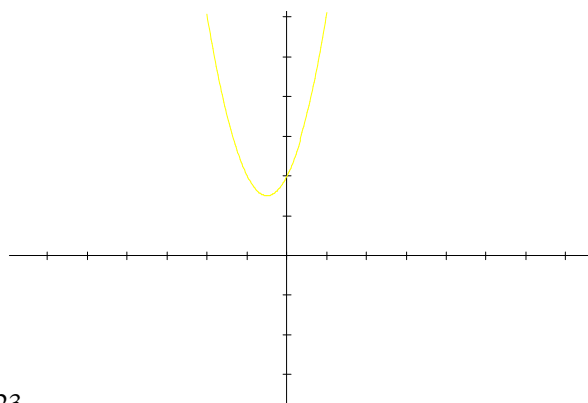
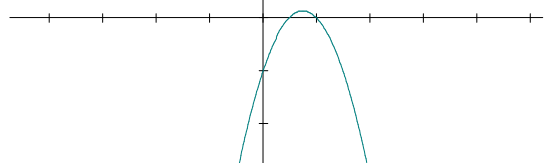
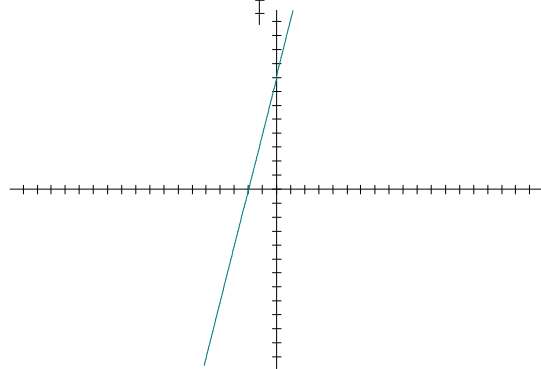
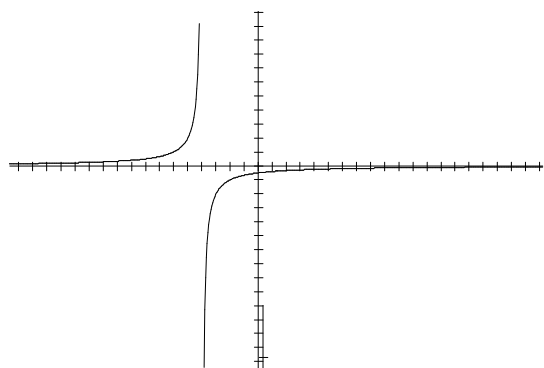
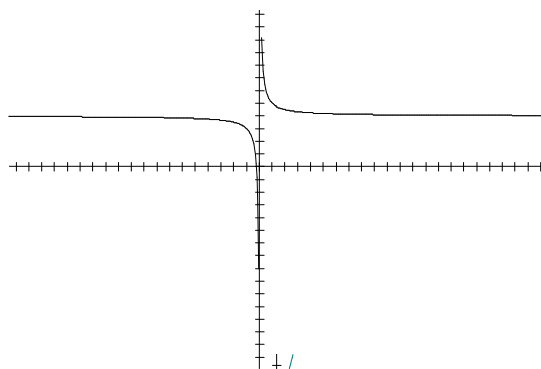
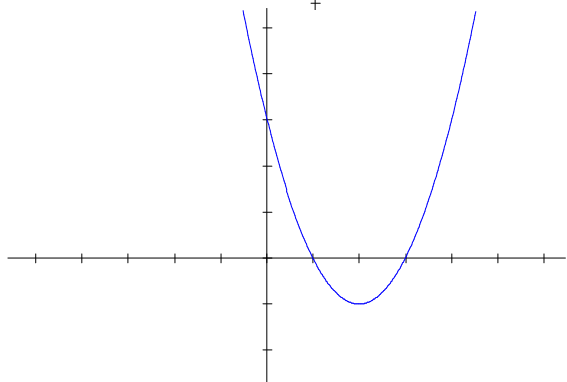
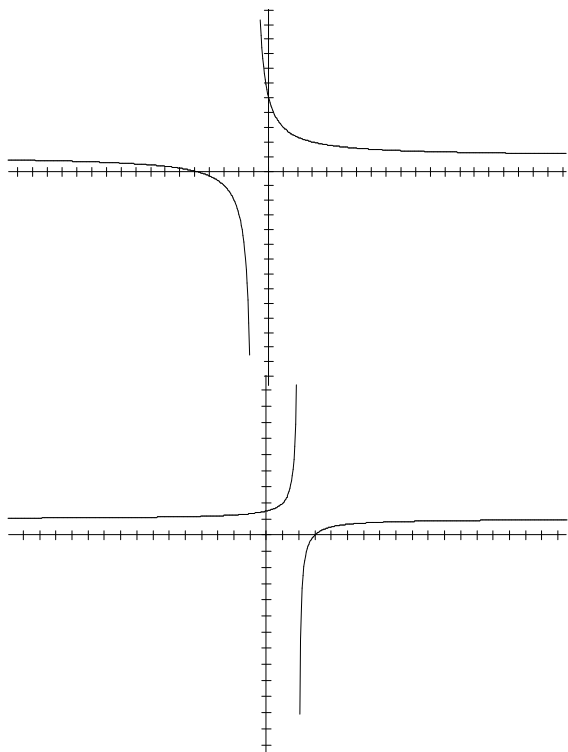
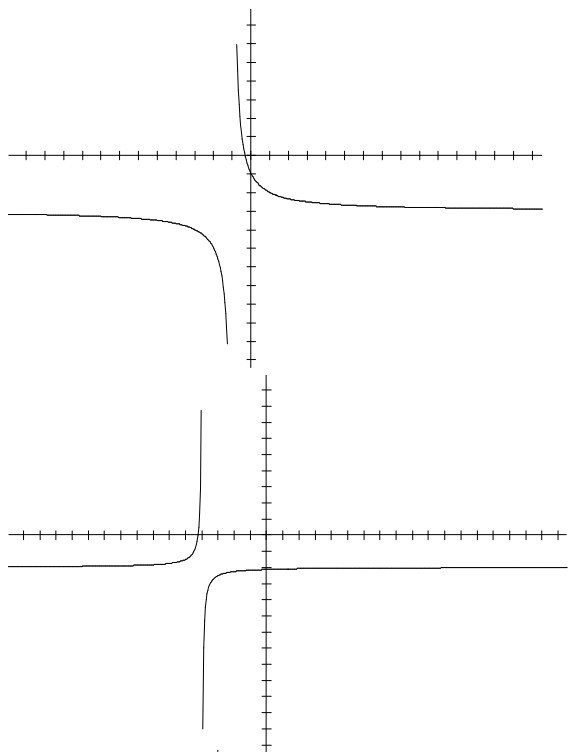
$$f(x) = \frac{-1}{x-2} + 1$$

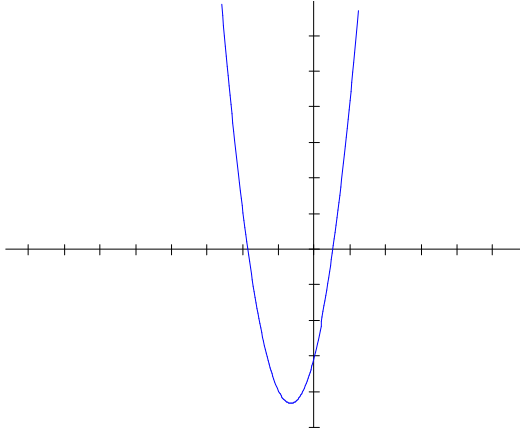
$$f(x) = \frac{4}{x+1} + 1$$

$$f(x) = \frac{-2}{x+4}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} + 4$$







2.- Representa las siguientes funciones:

$$f(x) = |3x^2 + 4x - 3|$$

$$f(x) = |-2x^2 - 5x - 4|$$

$$f(x) = |x^2 - 4x + 3|$$

$$f(x) = |3x^2 + 4x - 3|$$

$$f(x) = |2x^2 + 2x + 2|$$

$$f(x) = |-2x^2 + 3x - 1|$$

$$f(x) = |-2x + 3|$$

$$f(x) = |4x + 8|$$

$$f(x) = \left| -\frac{3}{2}x - 2 \right|$$

$$f(x) = \left| \frac{1}{5}x - \frac{4}{7} \right|$$

$$f(x) = \left| -\frac{1}{2}x \right|$$

$$f(x) = \left| \frac{1}{3}x \right|$$

$$f(x) = |3x|$$

$$f(x) = \left| -\frac{1}{2} \right|$$

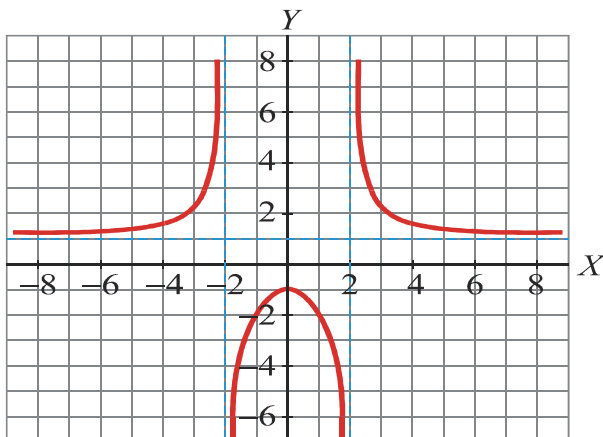
).

3.- Dada la función  $f(x) = x^2 - x - 2$ , hallar:  $f(-3)$ ,  $f(a-5)$  y  $f(-1)$ . **Sol:**  $10, 2a^2 - 11a + 28, -2$

4.- En la función afín  $f(x) = 3x - 1$  se pide calcular las imágenes por  $f$  de:

- a) 3,2      b) -1,5      c) 5/3      d)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

5.- Hacer un estudio completo de esta función:

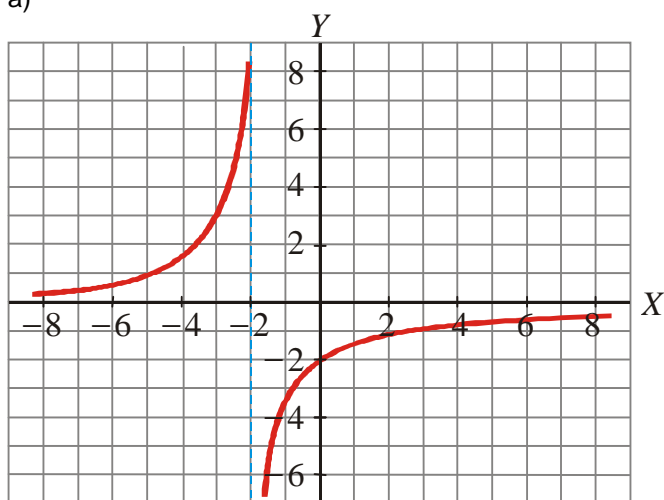


- Determinar el dominio y el recorrido.
- Determinar los puntos de corte con los ejes.
- Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento
- Determinar los máximos y mínimos.
- Determinar los puntos de discontinuidad.
- Simetrías y Periodicidad.

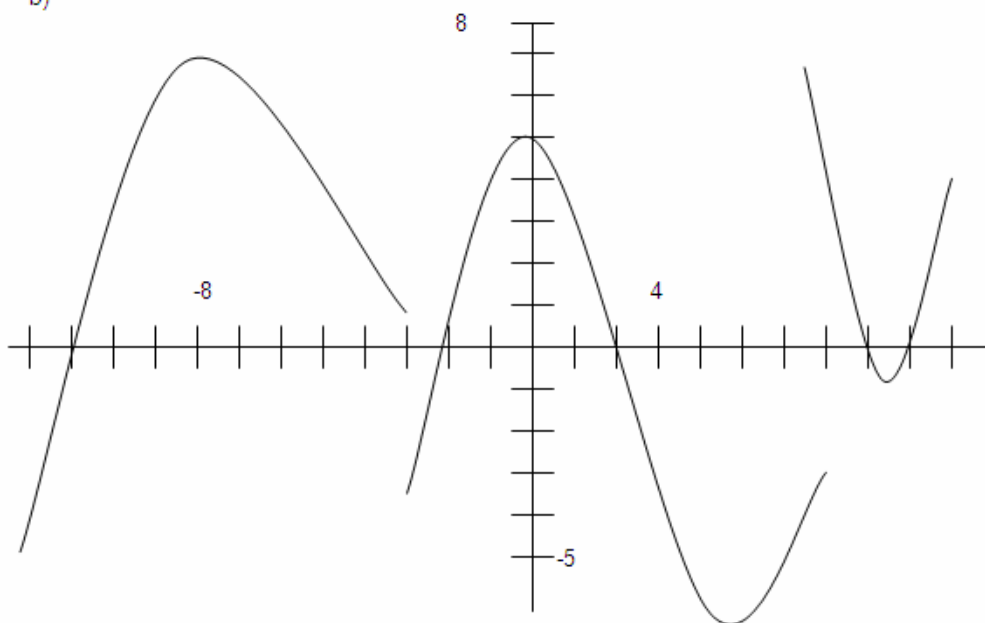


6.- Idem para las funciones:

a)



b)



7.- Dada la función  $f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x < 2 \\ -x + 2, & x > 2 \end{cases}$ , representarla y hacer un estudio completo de ella.

8.- Representar la función  $f(x) = |x^2 - 4|$  y hacer un estudio completo en el intervalo  $[-5, 5]$ .

9.- Dada la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 8, & \text{si } -5 < x \leq -1 \\ -3x + 5, & \text{si } -1 < x \leq 3 \\ -x + 2, & \text{si } x > 3 \end{cases}$ , representarla y estudiar sus características.

10.- Sea la función  $f(x) = \begin{cases} 4x - 2, & \text{si } -8 < x \leq -3 \\ -5 + x, & \text{si } -3 < x \leq 4 \\ 4x + 2, & \text{si } x > 4 \end{cases}$ , representarla y estudiar sus características.

11.- Dada la recta r de ecuación  $y = 3x - 5$ :

a) Representarla gráficamente.

b) El punto P de la recta r tiene abscisa 2, ¿cuál es su ordenada?

c) El punto Q de la recta r tiene ordenada -4, ¿cuál es su abscisa?

12.- De las siguientes funciones di cuáles son afines. En caso afirmativo indica la pendiente y la ordenada en el origen.

a)  $f(x) = 3 - \frac{x}{3}$

c)  $f(x) = 7$

d)  $f(x) = (x+1)^2 - (1-x)^2 + 2$

b)  $f(x) = \frac{2(x-3)}{3} - 3\left(\frac{x-3}{2}\right)$

e)  $f(x) = x(x+3)$

13.- De una función afín se sabe que su representación gráfica es paralela a la recta  $y = 5x$  y que pasa por el punto P(2, 1). ¿Cuál es la función f?

14.- Representa la función  $y = -3x^2 + 6x + 3$

15.- Hallar el dominio y el recorrido de la función  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ . **Sol:**  $D(f) = \mathbb{R}$ ,  $\text{Im}(f) = [-1/4, +\infty)$

16.- Los costes de producción de una empresa vienen dados por  $C = 40.000 + 20q + q^2$  (q: unidades producidas; C: coste en euros). El precio de venta de cada unidad es de 520 euros pues se sabe que, a ese precio, el mercado absorbe toda la producción.

a) Expresa en función de q el beneficio de la empresa y represéntalo gráficamente.

b) ¿Cuántas unidades hay que producir para que el beneficio sea máximo?

**Sol:** a)  $B = -q^2 + 500q - 40.000$ ; b) 250 unidades.

17.- Los gastos fijos mensuales de una empresa por la fabricación de x televisores son, en miles de céntimos,  $G = 2.000 + 25x$  y los ingresos mensuales que se obtienen por las ventas, también en miles de céntimos, son  $I = 60x - 0'01x^2$ . ¿Cuántos televisores deben fabricarse para que el beneficio (ingresos menos gastos) sea máximo? **Sol:**  $B = -0'01x^2 + 35x - 2.000$ . Deben fabricarse 1.750 televisores.

18.- Calcular los puntos donde las gráficas de las funciones que se dan, cortan a los ejes:

a)  $y = 27x^2 - 6x$

**Sol:** (0,0) ; (2/9,0)

e)  $y = x^2 + 8x + 15$

**Sol:** (-3,0) ; (-5,0)

b)  $y = x^2 - 64$

**Sol:** (8,0) ; (-8,0)

f)  $y = x^2 + 6x + 5$

**Sol:** (-1,0) ; (-5,0)

c)  $y = x^3 + x^2 - x$

**Sol:** (0,0); (2,0) ; (-3,0)

g)  $y = x^2 - 4x + 4$

**Sol:** (2,0)

d)  $y = x^2 - 3x + 4$

**Sol:** No corta

h)  $y = -2x^2 + 8x + 10$

**Sol:** (-1,0) ; (5,0)

i)  $y = -2x^2 + 5x$

**Sol:** (0,0) ; (5/2,0)

19.- Estudia y construye las gráficas de las funciones:

a)  $y = -4x^2 - 20x - 25$

b)  $y = -2x^2 - 2x - 5$

c)  $y = -1/2(x+1)^2 + 2$

d)  $y = x^2 - 6/5x + 9/25$   
 e)  $y = -3x^2 + 1$

f)  $y = -x^2 + 3$   
 g)  $y = -2x^2 - x + 3$

h)  $y = 1/4x^2 + 4x - 2$   
 i)  $y = 4 - (x-1)^2$

20.- Determina el dominio de las siguientes funciones y haz su representación gráfica:

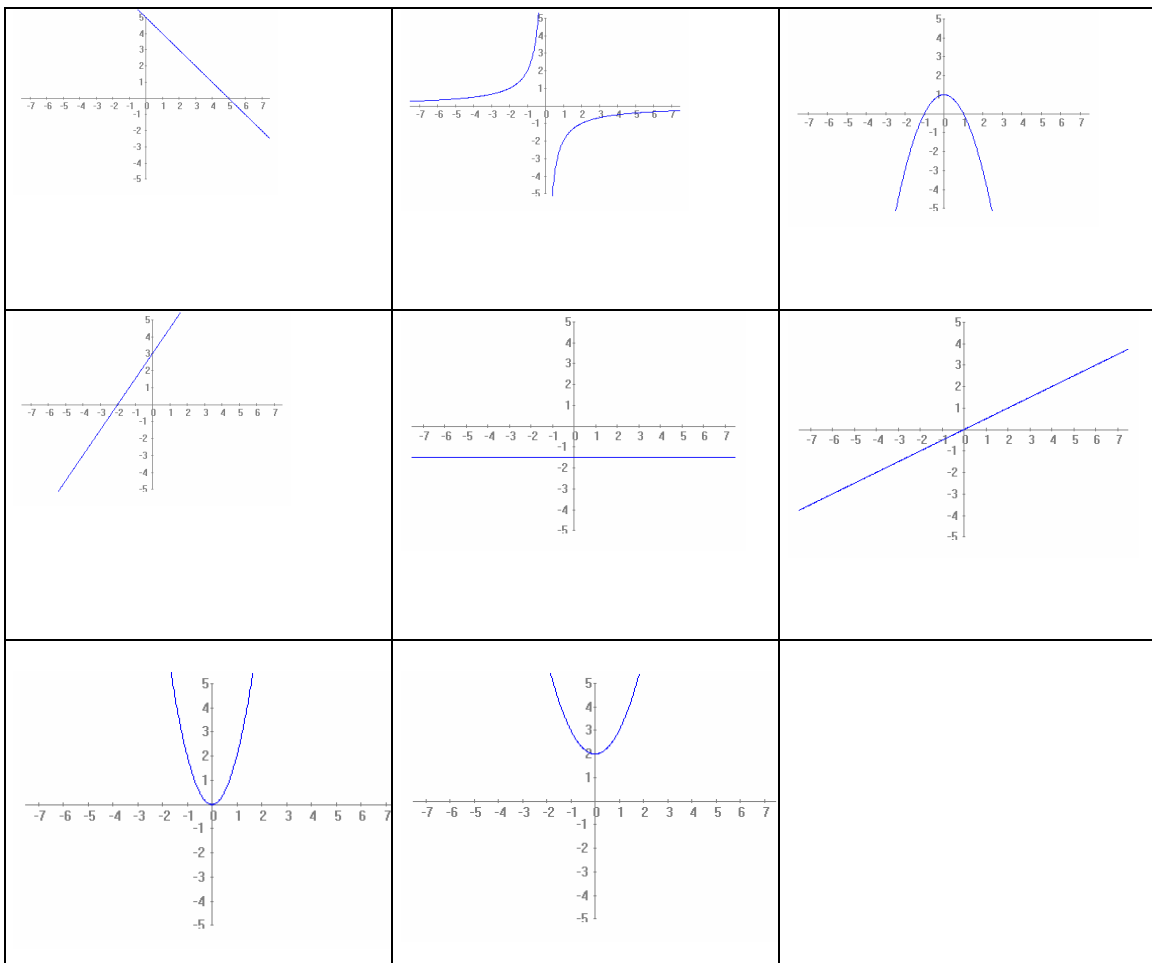
a)  $f(x) = \frac{4}{x}$   
 b)  $f(x) = \frac{-3}{x}$

c)  $f(x) = \frac{1}{x-2}$   
 d)  $f(x) = \frac{500}{x}$

e)  $f(x) = 2 + \frac{1}{x}$   
 f)  $f(x) = \frac{-1}{x+1}$

21.- Asocia cada función con su gráfica:

- a)  $y = -x + 5$ ;    b)  $y = 3/2x + 3$ ;    c)  $y = 1/2x$ ;    d)  $y = 2x^2$ ;    e)  $y = x^2 + 2$   
 f)  $y = -x^2 + 1$ ;    g)  $y = -2/x$ ;    d)  $y = -3/2$



22.- Lanzamos una pelota de tenis verticalmente hacia arriba. La altura  $h$  (en metros) alcanzada por la bola en función del tiempo  $t$  (en segundos) es:  $h = -5t^2 + 30t$ . ¿Cuándo alcanza el punto más alto? ¿a qué altura está este punto? **Sol:** A los 3 s. Alcanza una altura máxima de 45 m.

23.- Estudia, ANALÍTICAMENTE, la simetría de las funciones  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$  y  $g(x) = x^2 + 3$ .

Representálas y estudia, en base a su representación, todas sus características.

24.- Estudia las características de la función  $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$

25.- Calcula el dominio de:

$$a) f(x) = \begin{cases} 6 & \text{si } x < 1 \\ 2x-1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \frac{3}{(x-2)(x+1)}$$

26.- Estudia si  $f(x) = \frac{x-3}{2x^2-1}$  y  $g(x) = \frac{x+7}{2x^3-5x^2-3}$  son pares, impares o no simétricas.

27.- Representa:

$$a) f(x) = 3x + 4$$

$$d) f(x) = \frac{5x-2}{3}$$

$$f) f(x) = \frac{1-2x}{5}$$

$$h) f(x) = \frac{7x+2}{9}$$

$$b) f(x) = 2x - 5$$

$$e) f(x) = \frac{2x+7}{6}$$

$$g) f(x) = \frac{2x-9}{-7}$$

$$c) f(x) = \frac{x-1}{2}$$

28.- Estudiar la simetría de:

$$a) f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$$

$$b) g(x) = \frac{x^2}{1-x^2}$$

29.- Averiguar si las funciones que siguen son pares o impares:

$$a) f(x) = x^3 \cdot |x|$$

$$b) h(x) = \frac{1}{x^2-x}$$

$$c) g(x) = (x-1)^3 \cdot (x+1)^3$$

30.- Representa  $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{si } x \geq 0 \\ -x^2+2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$

Señala los intervalos en que es creciente y los intervalos en que es decreciente. ¿Es f creciente en todo  $\mathbb{R}$ ?

31.- Idem que el anterior para la función:

$$g(x) = \begin{cases} x^2-1 & \text{si } x \geq 0 \\ -x+2 & \text{si } -1 < x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \leq -1 \end{cases}$$

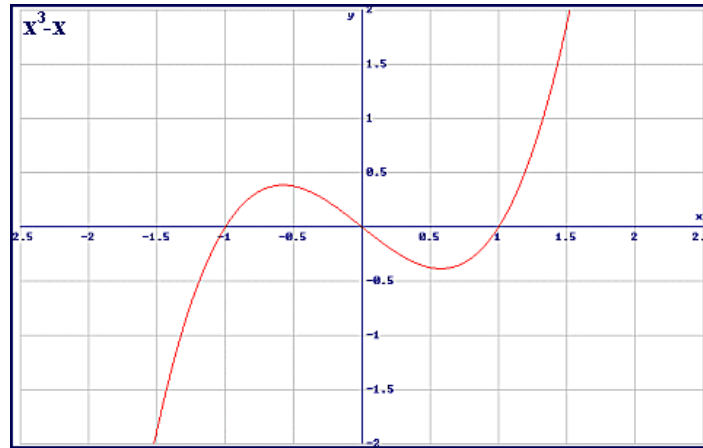
32.- Calcula los puntos de corte con los ejes de coordenadas de la función:

$$a) f(x) = \frac{x^2-5x}{x}$$

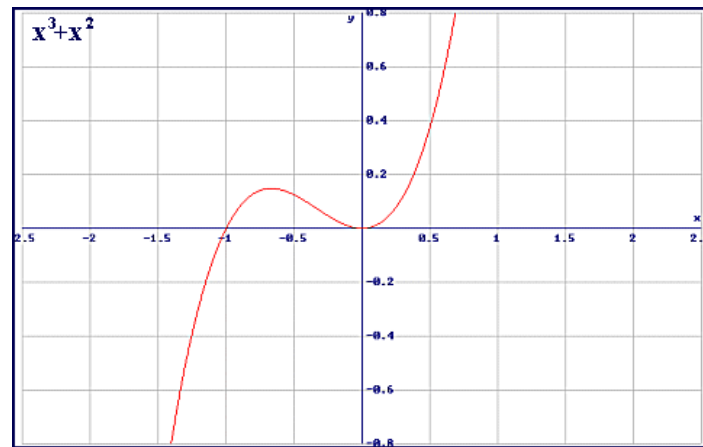
$$b) f(x) = -x^3+7x^2-10x$$

33.- Estudia las características (dominio, recorrido, monotonía, máximos y mínimos, acotación, simetría, continuidad, asíntotas, periodicidad) de las siguientes funciones:

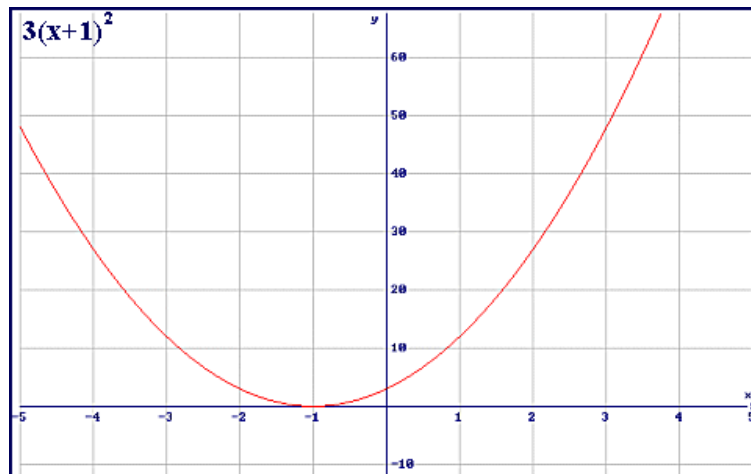
$$a) f(x) = x^3 - x$$



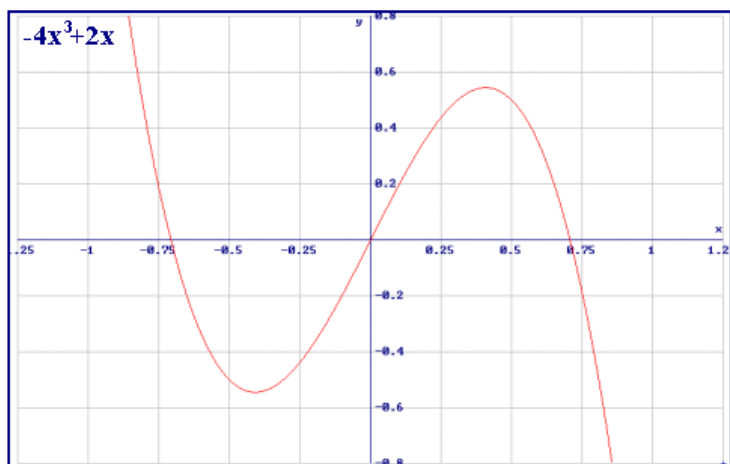
b)  $f(x) = x^3 + x^2$



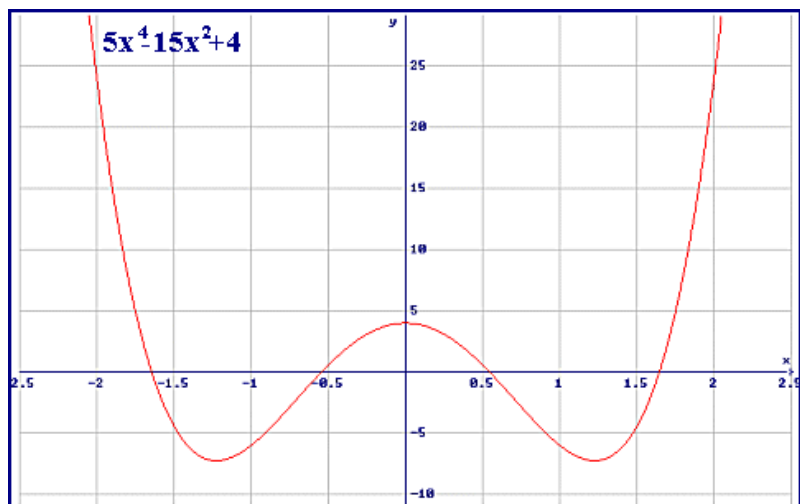
c)  $f(x) = 3(x+1)^2$



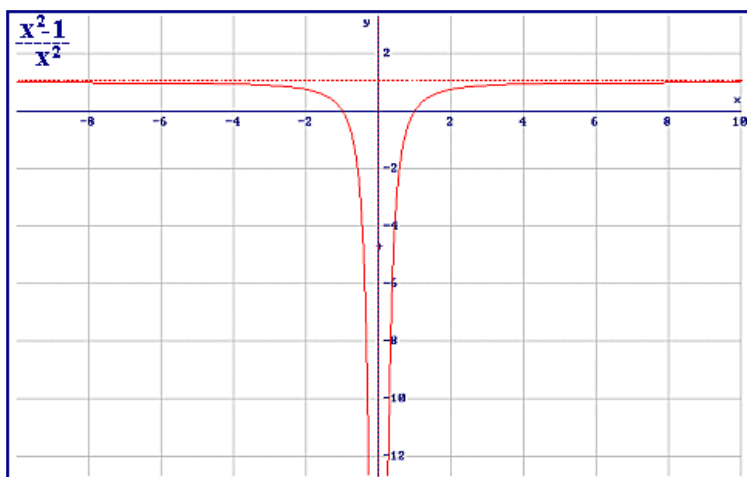
d)  $h(x) = -4x^3 + 2x$



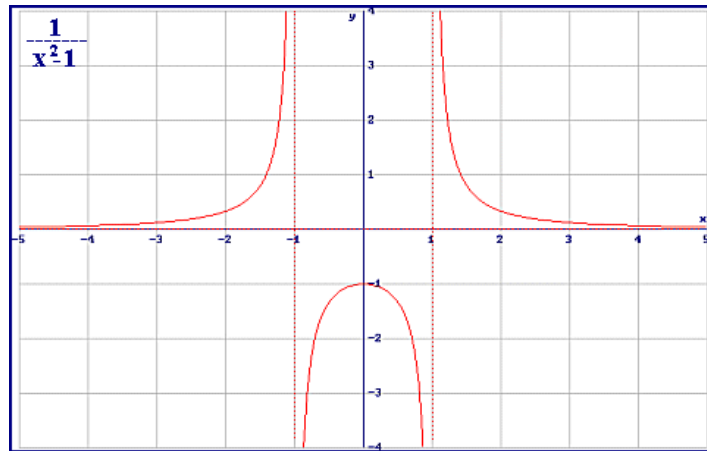
e)  $f(x) = 5x^4 - 15x^2 + 4$



f)  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$



g)  $h(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$



34.- Representa gráficamente las siguientes funciones y di si es continua o no:

a)  $y = \begin{cases} x+3 & \text{si } x < 1 \\ 5-x & \text{si } x \geq 1 \end{cases};$

b)  $y = \begin{cases} 4 & \text{si } x < 0 \\ 4-x & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \\ 2x-11 & \text{si } x > 5 \end{cases}$

35.- Representa las siguientes funciones y explica si son discontinuas en algunos de sus puntos:

a)  $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{si } x < 3 \\ 5-x & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

b)  $y = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2+1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

c)  $y = \begin{cases} x^2-2 & \text{si } x < 2 \\ x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

36.- Representa gráficamente la función cuadrática  $y = x^2 - 4x$  y la función afín  $y = x - 4$  y calcula sus puntos de intersección.

37.- Representa gráficamente las funciones:

a)  $y = -x^2 + x + 6$

f)  $y = |x^2 + 6x|$

b)  $y = |-x^2 + x + 6|$

g)  $y = -x^2 - x - 1$

c)  $y = x^2 + 4$

h)  $y = |-x^2 - x - 1|$

d)  $y = |x^2 + 4|$

e)  $y = x^2 + 6x$

38.- Representa las siguientes funciones y estudia sus características:

a)  $y = \frac{1}{x-2}$

b)  $y = \frac{3}{x}$

c)  $y = \frac{-1}{2x}$

d)  $y = \frac{-3}{x+1} + 2$

39.- Escribe la expresión analítica de la función que resulta al trasladar  $f(x) = \frac{2}{x}$ :

- dos unidades hacia la derecha.
- tres unidades hacia abajo.
- una unidad hacia la izquierda.
- dos unidades hacia arriba.
- tres unidades hacia la derecha y una hacia arriba.

**TEMA 7: GEOMETRÍA ANALÍTICA.**

1.- Encuentra la ecuación de cada una de las siguientes rectas:

- a) paralela a  $6x + 5y = 2$  conteniendo el punto  $(0, 4)$ .
- b) paralela a  $3x + 4y - 15 = 0$  conteniendo al punto  $(0, 3)$ .
- c) paralela a  $5y - 5x + 12 = 0$  conteniendo al punto  $(0, -3)$ .
- d) pendiente  $m = 2$  pasando por el punto de intersección de  $x + y = 3$ , y de  $2x - 3y + 9 = 0$ .

2.- El vector director de la recta  $r$  es  $\vec{u} = (2, 3)$ . Halla otros dos vectores directores de la misma y la pendiente de  $r$ .

3.- Calcula la pendiente de las rectas que tienen como vector director:

- a)  $\vec{u} = (3, 2)$
- b)  $\vec{u} = (9, 6)$
- c)  $\vec{u} = (-6, -4)$
- d)  $\vec{u} = (-3, 0)$

4.- Un vector director de una recta  $r$  es  $\vec{u} = (6, -2)$ . Halla:

- a) El vector director de  $r$  cuya primera componente sea  $-42$ .
- b) La pendiente de la recta.

5.- Halla la ecuación vectorial de la recta que pasa por  $A(1, -2)$  y tiene la dirección de  $\vec{u} = (2, 3)$ .

6.- Escribe el resto de ecuaciones de la recta del ejercicio anterior.

7.- Representa gráficamente las rectas de ecuación vectorial:

- a)  $(x, y) = (1, 1) + t(1, -1)$
- b)  $(x, y) = (3 - t, 1)$
- c)  $(x, y) = (t, 0)$
- d)  $(x, y) = (1, 2) + t(1, 1)$

8.- Halla la ecuación vectorial de los ejes de coordenadas.

9.- Halla las ecuaciones paramétricas de:

- a) los ejes de coordenadas.
- b) la bisectriz del primer y tercer cuadrante.
- c) la bisectriz del segundo y cuarto cuadrante.

10.- Averigua si los puntos  $A(-2, 3)$ ,  $B(1, 5)$ ,  $C(2, 6)$  están alineados.

11.- Halla la ecuación continua de la recta que pasa por los puntos  $A(1, 3)$  y  $B(2, 1)$ .

12.- La ecuación de una recta en forma continua es  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4}$ . Halla un punto y un vector director de la misma.

13.- Halla la ecuación en forma continua de la recta que pasa por los puntos:

- a)  $A(-2, -3)$ ,  $B(-1, -4)$
- b)  $A(0, 1)$ ,  $B(1, 0)$

14.- Los puntos  $A(4, 2)$ ,  $B(-2, 5)$ ,  $C(-3, -1)$  determinan un triángulo. Halla las ecuaciones de las medianas:

- a) en forma vectorial.
- b) en forma paramétrica.
- c) en forma continua.

15.- Expresa la recta de ecuación implícita  $3x + 4y - 6 = 0$  en forma continua y explícita.

16.- Halla el valor que debe tomar  $k$  para que las rectas  $(4 - k)x + 4y + 3 = 0$  y  $4x + (4 + k)y - 1 = 0$  sean paralelas.



17.- Halla a y b para que las rectas:

- a)  $ax - 7y + 7b = 0$  ;  $2x + 2y - 5 = 0$  sean coincidentes.
- b)  $3ax - 2y + b = 0$ ;  $x + 4by - 1 = 0$  se corten en P (1, -2).

18.- Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto P y es paralela a la recta  $2x - 9y + 14 = 0$ .

- a) P (1, 8)
- b) P (-3, 5)
- c) P (7, -2)
- d) P (-6, -4)

19.- Responde razonadamente a las siguientes cuestiones:

- a) Punto de corte de la recta  $-5x + 6y - 1 = 0$  con el eje OX.
- b) Valor de a para que las rectas  $ax + 3y - 5 = 0$  y  $2x + 6y - 1 = 0$  sean paralelas.
- c) Ecuación implícita de la recta que pasa por el origen con vector de dirección  $\vec{u}(3,-6)$  .

**EJERCICIOS DE CÁLCULO DE PROBABILIDADES**

1. Hallar la probabilidad de sacar una suma de 8 puntos al lanzar un dado.
2. Hallar la probabilidad de sacar por suma o bien 4, o bien 11 al lanzar dos dados.
3. Se escriben a azar las cinco vocales. ¿Cuál es la probabilidad de que la “e” aparezca la primera y la “o” la última?
4. ¿Cuál es la probabilidad de sacar dos bolas negras de una urna que contiene 15 bolas blancas y 12 negras, sin reintegrar la bola extraída?
5. Una urna contiene 12 bolas blancas y 8 negras. Si se sacan dos bolas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que sean del mismo color?
6. Una urna contiene 12 bolas blancas y 8 negras. ¿Cuál es la probabilidad de sacar dos bolas negras reintegrando la bola extraída?
7. De una baraja española de 40 cartas ¿Cuál es la probabilidad de sacar un caballo seguido de un tres, reintegrando la primera carta? ¿Y sin reintegrarla?
8. Si la probabilidad de que ocurra un suceso es  $1/3$ . ¿Cuál es la probabilidad de que se realice efectuando 4 pruebas.
9. Se sacan dos cartas de una baraja de 40 ¿Cuál es la probabilidad de que sean un caballo y un tres, reintegrando? ¿Y sin reintegrar?
10. Una urna contiene 8 bolas blancas, 5 negras y 2 rojas. Se extraen tres bolas al azar y se desea saber:
  - a) La probabilidad de que las tres bolas sean blancas.
  - b) La probabilidad de que dos sean blancas y una negra.
11. Se extraen 3 cartas de una baraja de 40:
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de que sean tres sotas.
  - b) ¿Y de que sean un as, un dos y un tres?
  - c) ¿Y de que salga un rey, seguido de un cinco y éste de un siete?
12. Una urna contiene dos bolas blancas y tres negras. Otra contiene seis blancas y cuatro negras. si extraemos una bola de cada urna. ¿Cuál es la probabilidad de que sean las dos negras?
13. Al lanzar dos veces un dado ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de puntos sea divisible por tres?
14. Con las cifras 1, 2, 3, 4 y 5 se escriben todos los números posibles de tres cifras, sin repetir cifras en cada número. si se señala un número al azar:
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea múltiplo de 4?
  - b) ¿Y de que sea múltiplo de 3?
15. Una caja contiene 8 bolas rojas, 4 azules y 6 verdes. Se extraen 3 bolas al azar y se desea saber:
  - a) La probabilidad de que las tres sean rojas.
  - b) La probabilidad de que dos sean rojas y una verde.
  - c) La probabilidad de que dos sean azules y la otra de otro color.
  - d) La probabilidad de que todas sean de distinto color.
  - e) La probabilidad de que todas sean del mismo color.
16. Se lanza un dado 6 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que salga algún 1 en los 6 lanzamientos?

17. Una caja contiene 2 bolas blancas, 3 negras y 4 rojas. Otra contiene 3 blancas, 5 negras y 4 rojas. Se toma una bola al azar de cada caja. ¿Qué probabilidad hay de que sean del mismo color?
18. En una urna hay 50 bolas, aparentemente iguales, numeradas del 1 al 50. ¿Qué probabilidad hay de sacar, una a una, las 50 bolas en el orden natural?
19. La probabilidad de acertar en un blanco de un disparo se estima en 0,2. La probabilidad de acertar en dos disparos será  $p_1=0,04$ ;  $p_2=0,36$ ;  $p_3=0,12$ . Determinar qué respuesta es la correcta.
20. ¿Cuál es la probabilidad de torpedear un barco, si sólo se pueden lanzar tres torpedos y la probabilidad de impacto de cada uno se estima en un 30 %?
21. Se considera el experimento aleatorio "lanzar dos veces un dado". ¿Cuál es la probabilidad de obtener número par en el segundo lanzamiento condicionado a obtener impar en el primero? ¿Son dependientes o independientes estos sucesos? ¿Por qué?
22. A un congreso asisten 80 congresistas. De ellos 70 hablan inglés y 50 francés. Se eligen dos congresistas al azar y se desea saber:
- ¿Cuál la probabilidad de que se entiendan sin intérprete?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que se entiendan sólo en francés?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que se entiendan en un solo idioma?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que se entiendan en los dos idiomas?
23. En una bolsa hay 8 bolas rojas, 10 negras y 6 blancas. Tres niños sacan, sucesivamente, dos bolas cada uno, sin reintegrar ninguna. Hallar la probabilidad de que el primero saque las dos rojas, el segundo las dos negras y el tercero las dos blancas?
24. Se lanza un dado "n" veces ¿Cuál es la probabilidad de sacar al menos un 6 en los "n" lanzamientos?
25. Se realiza el experimento aleatorio de lanzar sucesivamente cuatro monedas al aire y se pide:
- La probabilidad de obtener a lo sumo tres cruces.
  - La probabilidad de obtener dos caras.
26. Una pieza de artillería dispone de 7 obuses para alcanzar un objetivo. en cada disparo la probabilidad de alcanzarlo es  $1/7$ . ¿Cuál es la probabilidad de alcanzar el objetivo en los 7 disparos?
27. La probabilidad de que un hombre viva más de 25 años es de  $3/5$ , la de una mujer es de  $2/3$ . Se pide:
- La probabilidad de que ambos vivan más de 25 años.
  - La probabilidad de que sólo viva más de 25 años el hombre.
  - La probabilidad de que sólo viva más de 25 años la mujer.
  - La probabilidad de que viva más de 25 años, al menos, uno de los dos.
28. Si de una baraja de 40 cartas se eligen 4 al azar, determinar:
- La probabilidad de elegir dos reyes.
  - La probabilidad de que tres de las cartas sean del mismo palo.
  - La probabilidad de que todos los números sean menores de siete.
29. De las 100 personas que asisten a un congreso 40 hablan francés, 40 inglés, 51 castellano, 11 francés e inglés, 12 francés y castellano y 13 inglés y castellano. Se eligen al azar dos asistentes y se desea saber:
- ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno hable francés?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que hablen castellano?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que se entiendan sólo en castellano?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que sólo hablen un idioma?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que hablen los tres idiomas?

30. Un dado está “cargado” de modo que al lanzarlo, la probabilidad de obtener un número es proporcional a dicho número. Hallar la probabilidad de que, al lanzar el dado, se obtenga un número par.
31. En una encuesta realizada entre 24 alumnos resulta que 18 fuman ducados, 12 celtas y 8 de las dos clases. Se eligen tres alumnos al azar y se desea saber:
- ¿Cuál es la probabilidad de que los tres fumen?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que dos, exactamente dos, fumen ducados?
32. Si de 800 piezas fabricadas por una máquina salieron 25 defectuosas y se eligen 5 de aquéllas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que haya alguna defectuosa entre las cinco elegidas?
33. Se tiene tres urnas de igual aspecto. En la primera hay 3 bolas blancas y 4 negras; en la segunda hay 5 negras y en la tercera hay 2 blancas y 3 negras. Se desea saber:
- Si se extrae una bola de una urna, elegida al azar, cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea negra.
  - Se ha extraído una bola negra de una de las urnas. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido extraída de la 2ª urna?
34. En un hospital especializado en enfermedades de tórax ingresan un 50 % de enfermos de bronquitis, un 30 % de neumonía y un 20 % con gripe. La probabilidad de curación completa en cada una de dichas enfermedades es, respectivamente, 0,7; 0,8 y 0,9. Un enfermo internado en el hospital ha sido dado de alta completamente curado. Hallar la probabilidad de que el enfermo dado de alta hubiera ingresado con bronquitis.
35. La probabilidad de que un alumno apruebe Matemáticas es 0,6, la de que apruebe Lengua es 0,5 y la de que apruebe las dos es 0,2. Hallar:
- La probabilidad de que apruebe al menos una de las dos asignaturas.
  - La probabilidad de que no apruebe ninguna.
  - La probabilidad de que se apruebe Matemáticas y no Lengua.
36. Hay una epidemia de cólera. Un síntoma muy importante es la diarrea, pero ese síntoma también se presenta en personas con intoxicación, y, aún, en personas que no tienen nada serio. La probabilidad de tener diarrea teniendo cólera, intoxicación y no teniendo nada serio es de 0,99; 0,5 y 0,004 respectivamente. Por otra parte, se sabe que el 2% de la población tiene cólera, el 0,5 % intoxicación y el resto (97,5 %), nada serio. Se desea saber:
- Elegido un individuo de la población ¿Qué probabilidad hay de que tenga diarrea?
  - Se sabe que determinado individuo tiene diarrea ¿Cuál es la probabilidad de que tenga cólera?
37. La probabilidad de que un artículo provenga de una fábrica A1 es 0,7, y la probabilidad de que provenga de otra A2 es 0,3. Se sabe que la fábrica A1 produce un 4 por mil de artículos defectuosos y la A2 un 8 por mil.
- Se observa un artículo y se ve que está defectuoso. ¿Cuál es la probabilidad de que provenga de la fábrica A2?
  - Se pide un artículo a una de las dos fábricas, elegida al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que esté defectuoso?
  - Se piden 5 artículos a la fábrica A1 ¿Cuál es la probabilidad de que haya alguno defectuoso?
38. En una población animal hay epidemia. El 10 % de los machos y el 18 % de las hembras están enfermos. Se sabe además que hay doble número de hembras que de machos y se pide:
- Elegido al azar un individuo de esa población ¿Cuál es la probabilidad de que esté enfermo?
  - Un individuo de esa población se sabe que está enfermo ¿Qué probabilidad hay de que el citado individuo sea macho?
39. En una clase mixta hay 30 alumnas, 15 estudiantes que repiten curso, de los que 10 son alumnos, y hay 15 alumnos que no repiten curso. Se pide:
- ¿Cuántos estudiantes hay en la clase?

- b) Elegido al azar un estudiante ¿Cuál es la probabilidad de que sea alumno?
- c) Elegido al azar un estudiante ¿Cuál es la probabilidad de que sea alumna y repita el curso?
- d) Elegidos al azar dos estudiantes ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno repita curso?